

Stanisław Bednarek

Zespół Teorii Nanostruktur i Nanourządzeń

Katedra Informatyki Stosowanej i Fizyki Komputerowej

WFiIS AGH

Operacje na spinie pojedynczego elektronu

w zastosowaniu do budowy bramek
logicznych komputera kwantowego

Prezentowany materiał ukazał się w:

S. Bednarek, K. Lis, B. Szafran
Phys. Rev. **B77**, (2008) 115320

S. Bednarek, B. Szafran, R.J. Dudek and K. Lis
Phys. Rev. Lett. **100**, 12685 (2008)

S. Bednarek, B. Szafran,
Phys. Rev. Lett. **101**, 216805 (2008)

S. Bednarek B. Szafran,
Nanotechnology **20** (2009) 065402

Plan wkladu.

1. Spin elektronu jako nośnik bitu kwantowego

2. Stan dotychczasowych koncepcji wykonywania operacji na spinach elektronu.

4. Indukowane kropki i druty kwantowe.

6. Oddziaływanie spin-orbita w nanostrukturach półprzewodnikowych

7. Propozycja konstrukcji podstawowych bramek kwantowych

8. Podsumowanie.

Co musimy wiedzieć o komputerze kwantowym?

Komputer	klasyczny	kwantowy
Jednostka pamięci	bit klasyczny	bit kwantowy kubit
Liczba stanów	dwa $ 0\rangle$ i $ 1\rangle$ lub \downarrow i \uparrow	∞ $\alpha 0\rangle + \beta 1\rangle$ lub $\alpha \downarrow + \beta \uparrow$
	Operacje wykonujemy kolejno na każdym stanie	Operacje wykonujemy jednocześnie na obu stanach bazowych

Bit klasyczny realizujemy na dwustanowym układzie elektronicznym

Co może stanowić nośnik bitu kwantowego?

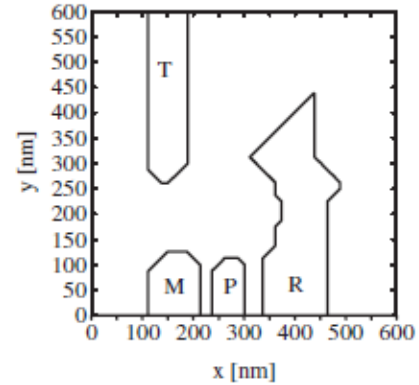
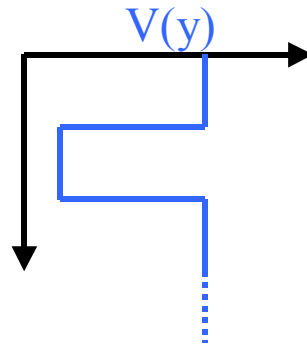
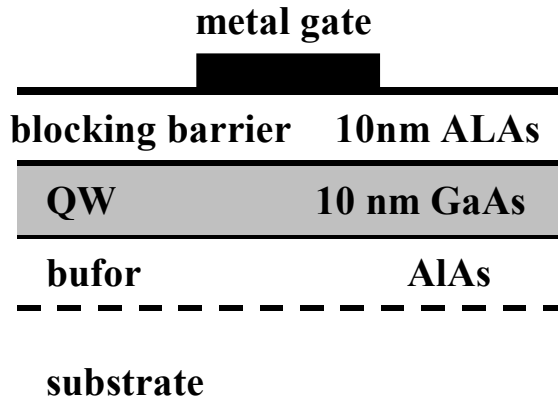
Dowolny układ kwantowy o dwóch stanach bazowych: $|0\rangle, |1\rangle$

Najbardziej obiecującym nośnikiem bitu kwantowego jest spin elektronu, ponieważ:

1. Spin elektronu posiada dokładnie dwa stany bazowe
2. Odporność na oddziaływanie z otoczeniem (długi czas koherencji)

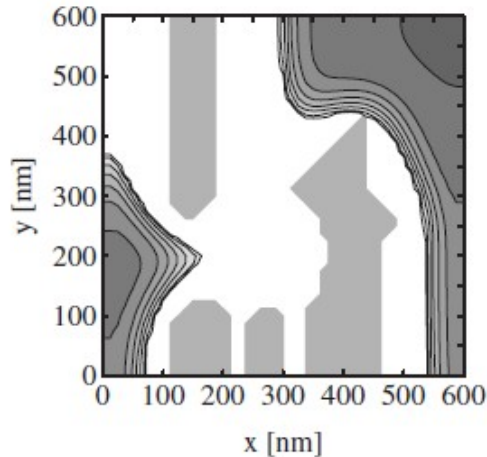
Potrzebne więc będą nanourządzenia,
w których na spinie elektronu będzie można wykonywać operacje
odpowiadające kwantowym bramkom logicznym.

Dotychczasowe konstrukcje i ich teoretyczne modelowanie

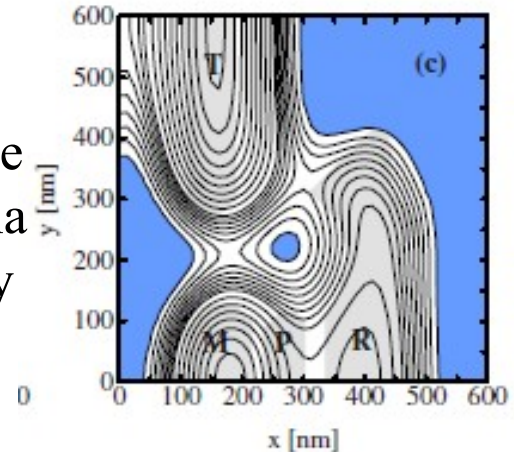


W studni kwantowej pojawia się 2D gaz elektronowy

S. Bednarek, B. Szafran, and K. Lis
 Phys. Rev. B77, 115320 (2008)

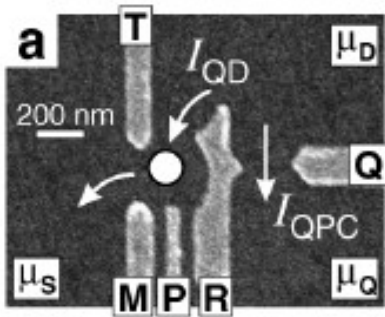


Napięcie przyłożone do elektrod wypycha spod nich elektrony



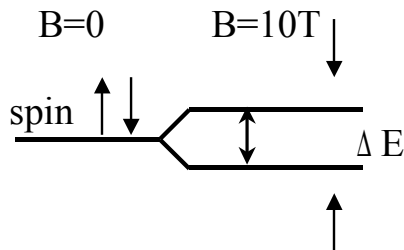
Operacje na spinach w eksperymencie:

umieszczamy w nanourządzeniu
pojedynczy elektron



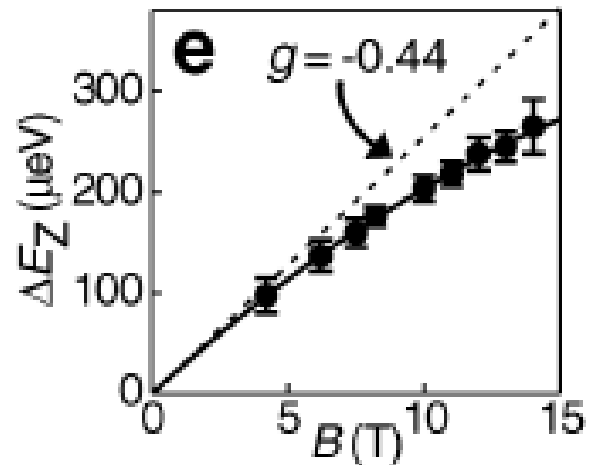
R. Hanson et al. (Delft -Holandia)
Zeeman Energy and Spin Relaxation
in a One-Electro Quantum Dot
Phys. Rev. Lett. 91, 196802 (2003)

Przykładamy pole magnetyczne



Obrót spinu – mikrofalą

$$\hbar\omega = \Delta E = 0.2 \text{ meV} \Rightarrow \lambda = 6 \text{ mm}$$



Operacje na spinach w eksperymencie:

Obrót spinu wymaga:

- zewnętrznego pola magnetycznego
- mikrofal o długości kilku milimetrów

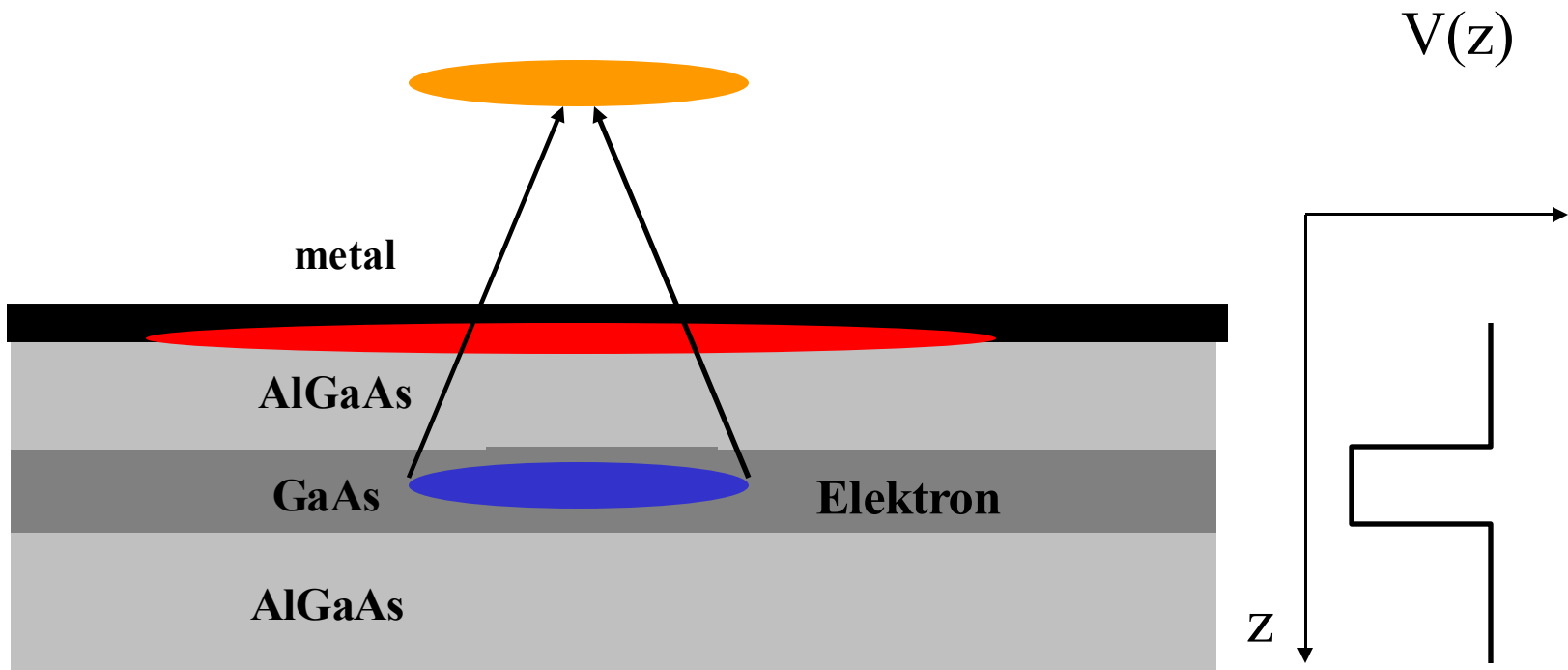
⇒ Trudności z budową rejestrów wielokubitowych

Jeżeli kubity tworzące rejestr umieścimy w odległościach nanometrowych stracimy możliwość wykonywania operacji na pojedynczych kubitach.

Czy możliwe jest inne rozwiązanie
nie wymagające mikrofal i pola magnetycznego?

Spróbujmy w tym celu wykorzystać efekt „induktonowy”, czyli samoogniskowanie funkcji falowej elektronu
Nadające elektronowi własności solitonu.

Przypomnienie pojęcia „induktonu”
lub inaczej efektu samoogniskowania elektronowej funkcji falowej



Pojawia się potencjał uwięzienia bocznego formujący funkcję falową elektronu w stabilny pakiet falowy mający podczas ruchu własności solitonu.

Poza stabilnością kształtu,
najciekawszą własnością induktonu jest

Jego zdolność do pokonywania przeszkód.
(niezwykła dla cząstki kwantowej)

Indukton podobnie jak cząstka klasyczna potrafi
tunelować lub odbijać się od przeszkód

z prawdopodobieństwem 100%

symulacje\rozpraszanie1.exe

W jaki sposób opisujemy własności Induktonu?

Znajdujemy Hamiltonian induktonu, który zawiera energię kinetyczną elektronu

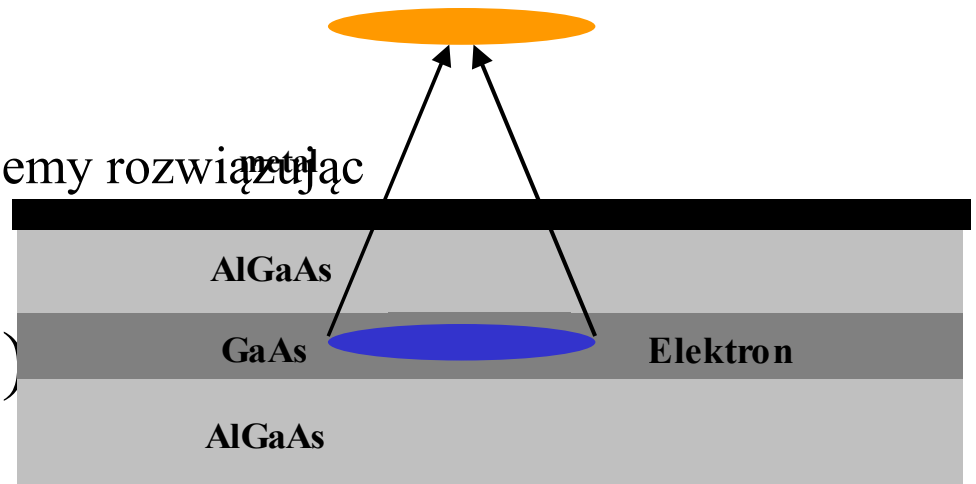
$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + U$$

Rozwiązania stacjonarne znajdujemy rozwiązując bezczasowe równanie Schroedingera:

$$H\psi = E\psi$$

Rozwiązania niestacjonarne znajdujemy rozwiązując Schroedingera zależne od czasu:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t)$$



Metodę obrazów stosujemy tylko wtedy,
gdy metalowa elektroda na powierzchni struktury jest nieskończoną płaszczyzną

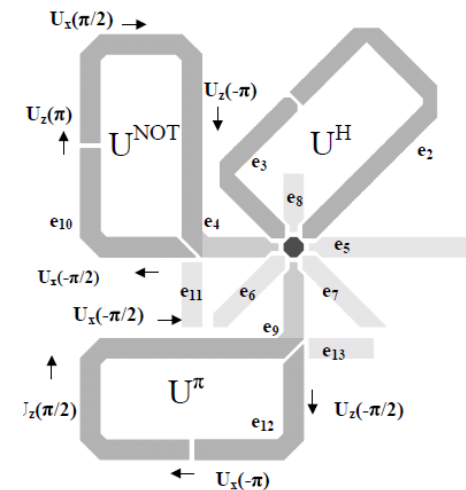
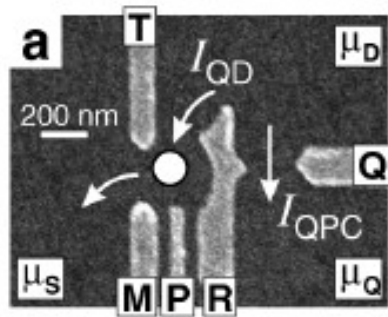
metal

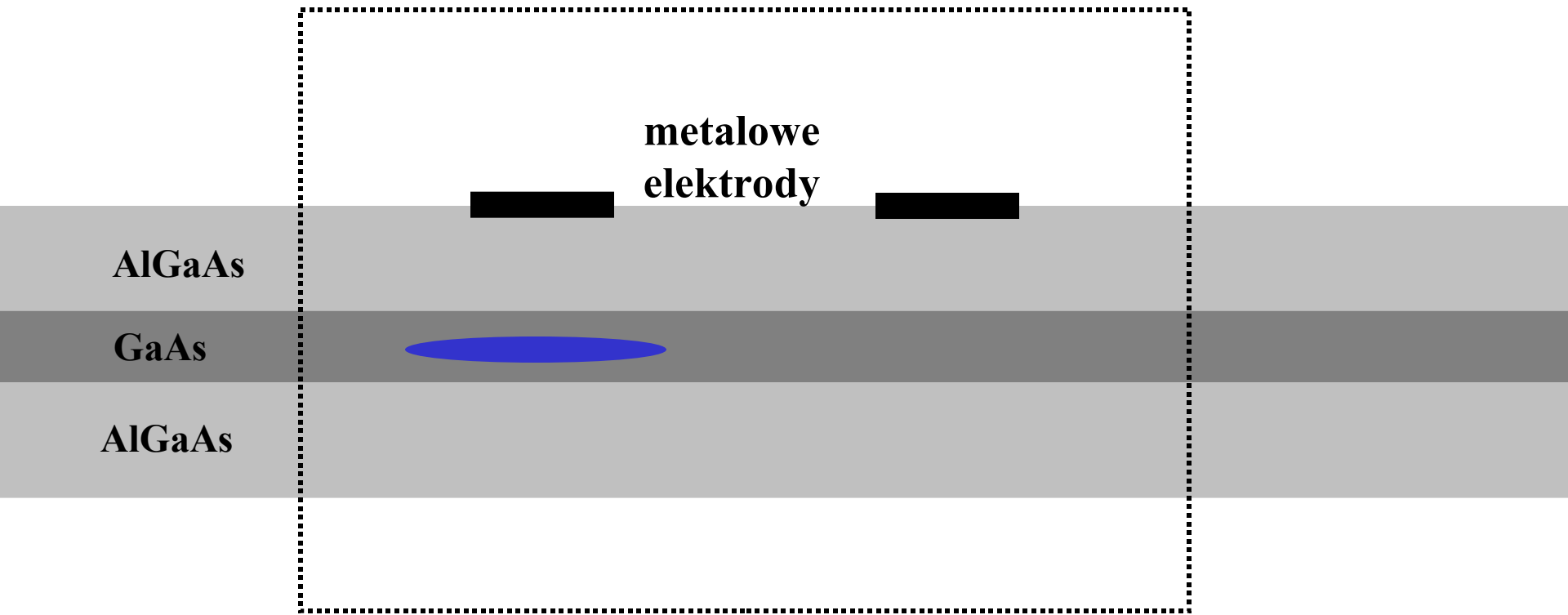
AlGaAs

GaAs

AlGaAs

W realnych nanourządzeniach warunek ten na ogół nie jest spełniony
Metalowe elektrody mają skończone rozmiary



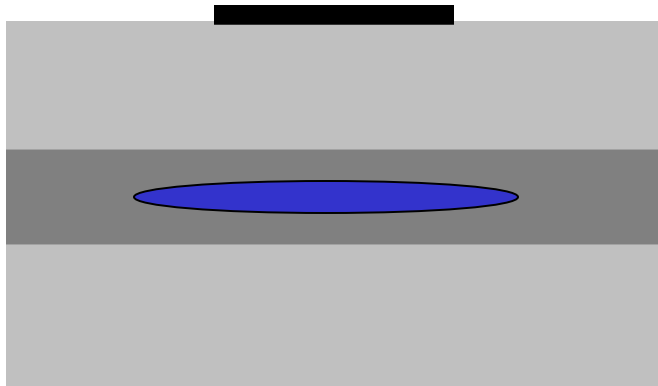


Otaczamy całe nanourządzenie trójwymiarowym prostopadłościanem i w nim znajdujemy rozkład potencjału rozwiązując Równanie Poissona

$$\nabla^2 \Phi(\vec{r}) = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \rho(\vec{r}) \quad \Rightarrow \quad U(\vec{r}) = -e\Phi(\vec{r})$$

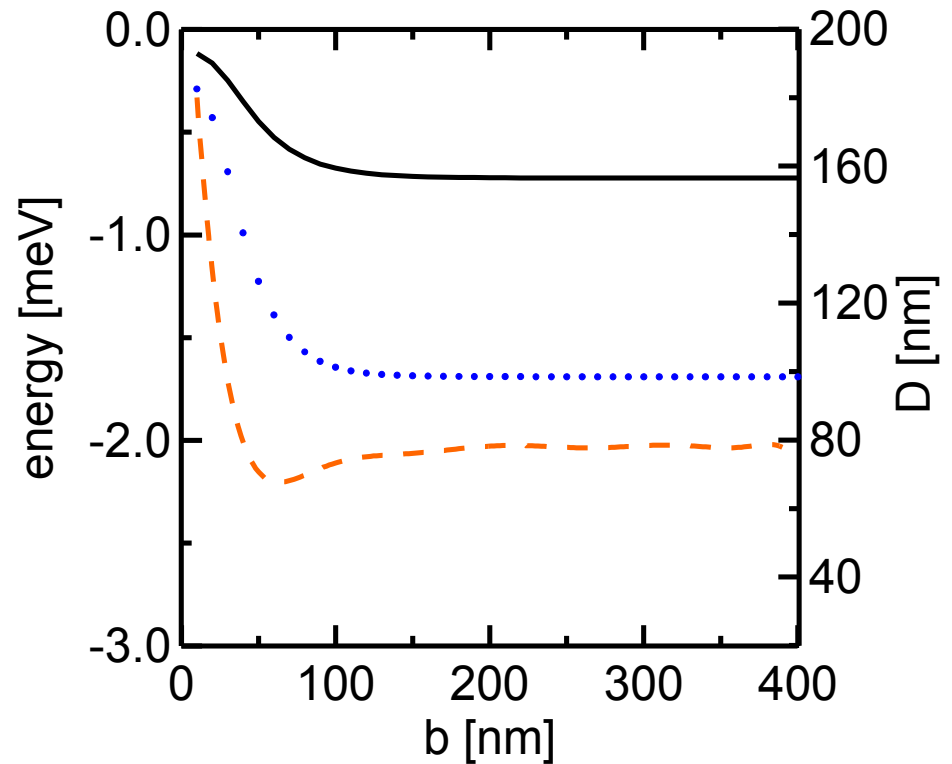
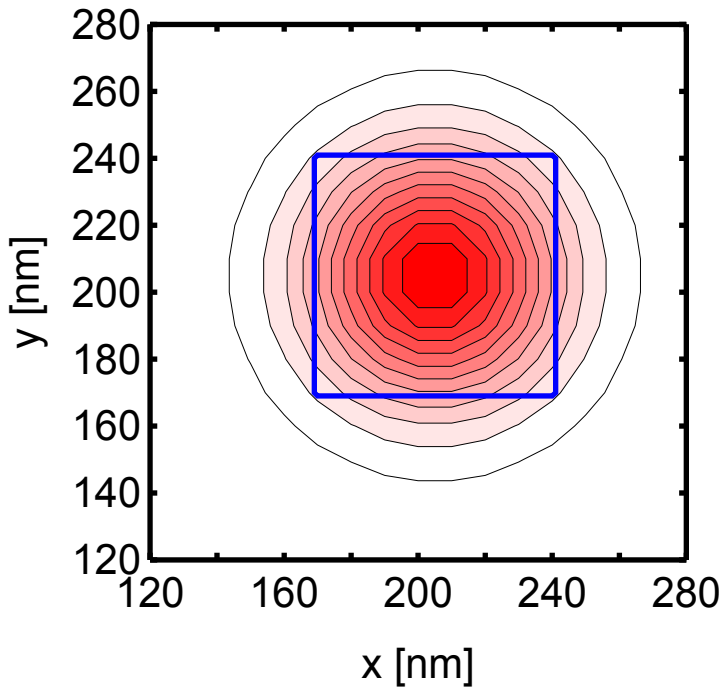
Uwaga! W symulacjach zależnych od czasu, równanie Poissona rozwiązujemy w każdej chwili czasowej.

Indukowane kropki kwantowe

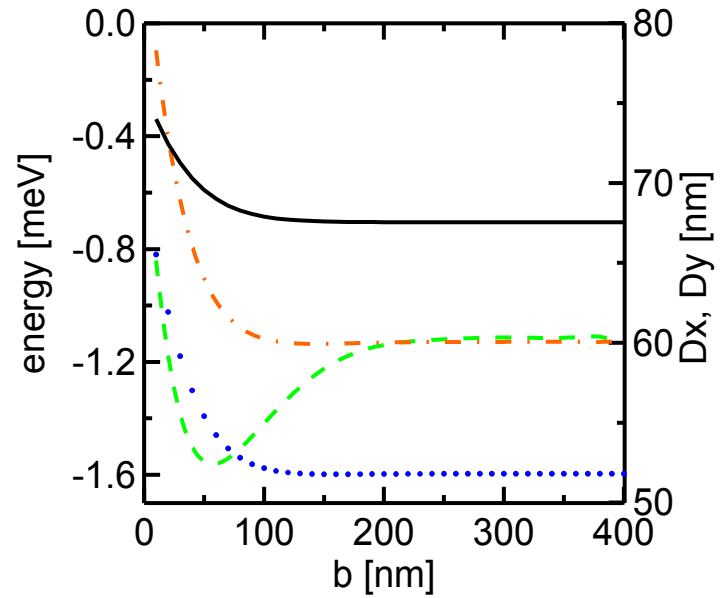
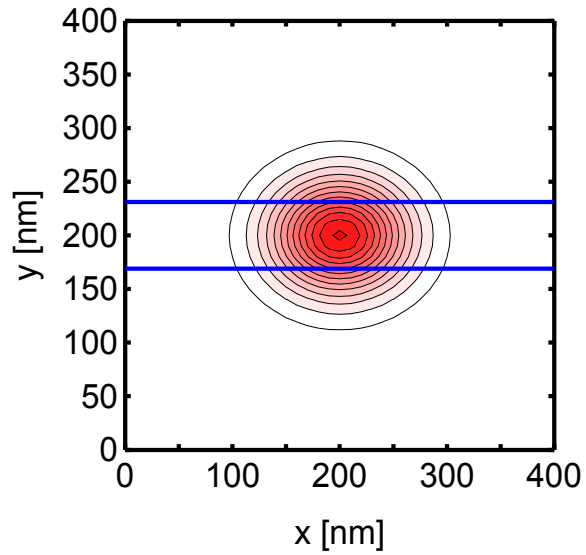
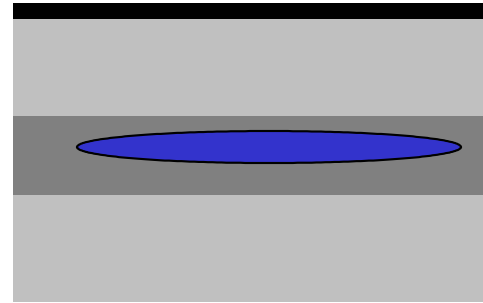
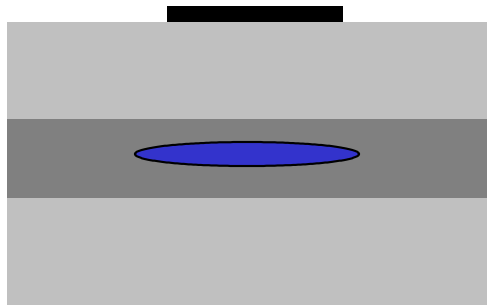


S. Bednarek, B. Szafran, R.J. Dudek and K. Lis
“Induced Quantum Dots and Wires: Electron
Storage and Delivery”

Phys. Rev. Lett. **100**, 12685 (2008)



Indukowane druty kwantowe



Indukowane kropki i druty kwantowe

$$Ve_3 = -0.1 \text{ mV}$$

$$Ve_2 = -0.15$$

$$Ve_1 = 0.$$

$$Ve_3 = -0.1 \text{ mV}$$

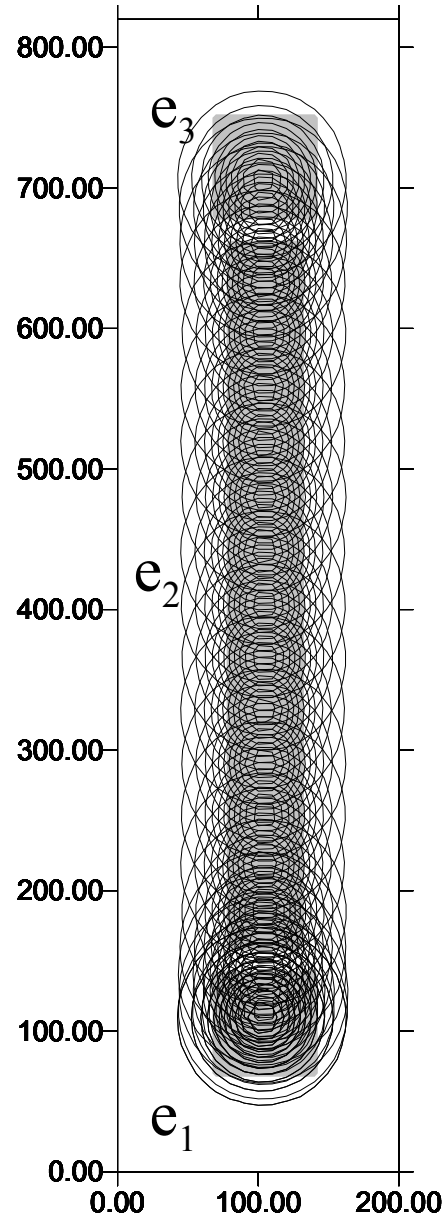
$$Ve_2 = 0$$

$$Ve_1 = -0.1 \text{ mV}$$

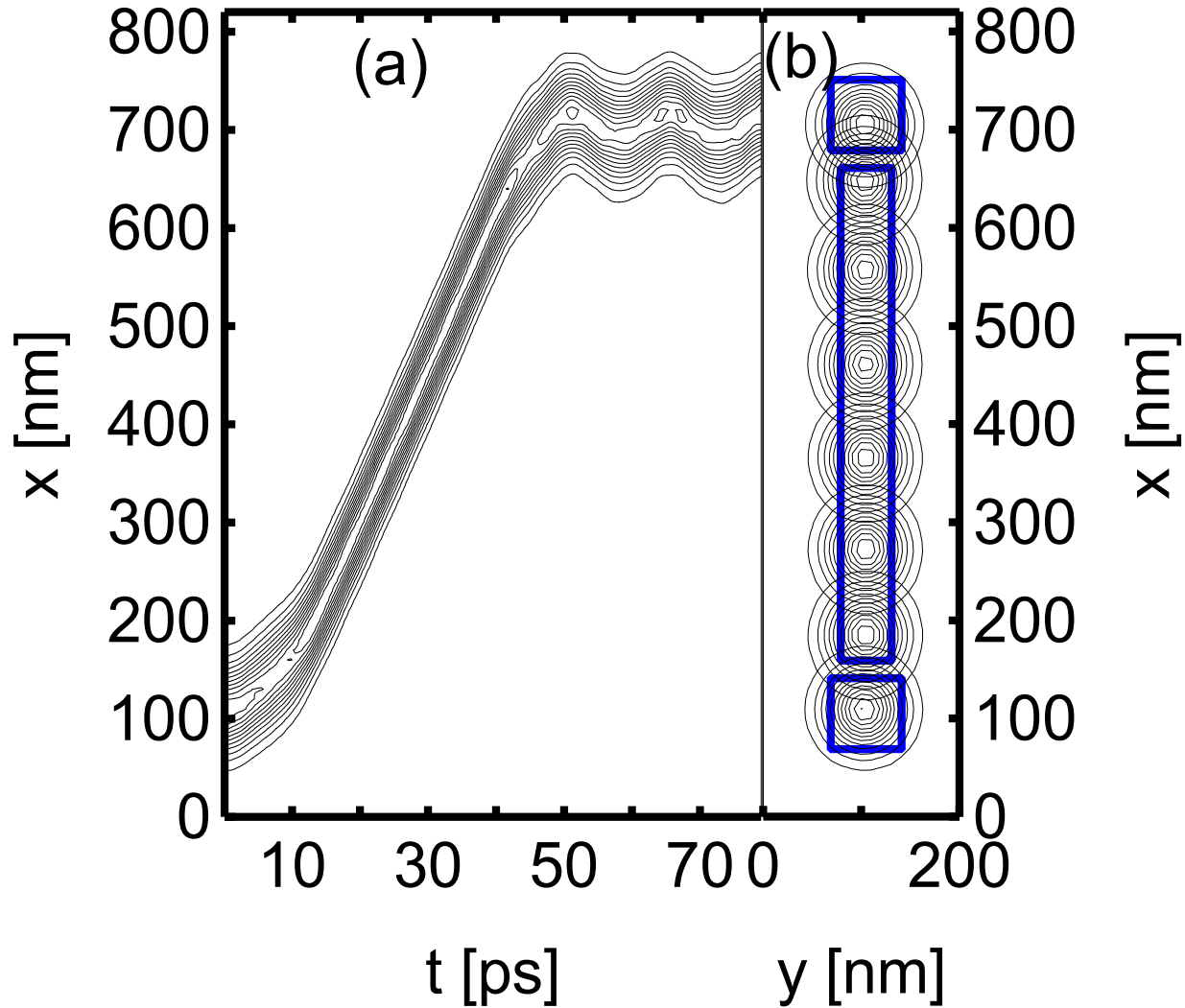
$$Ve_3 = -0.1 \text{ mV}$$

$$Ve_2 = -0.1 \text{ mV}$$

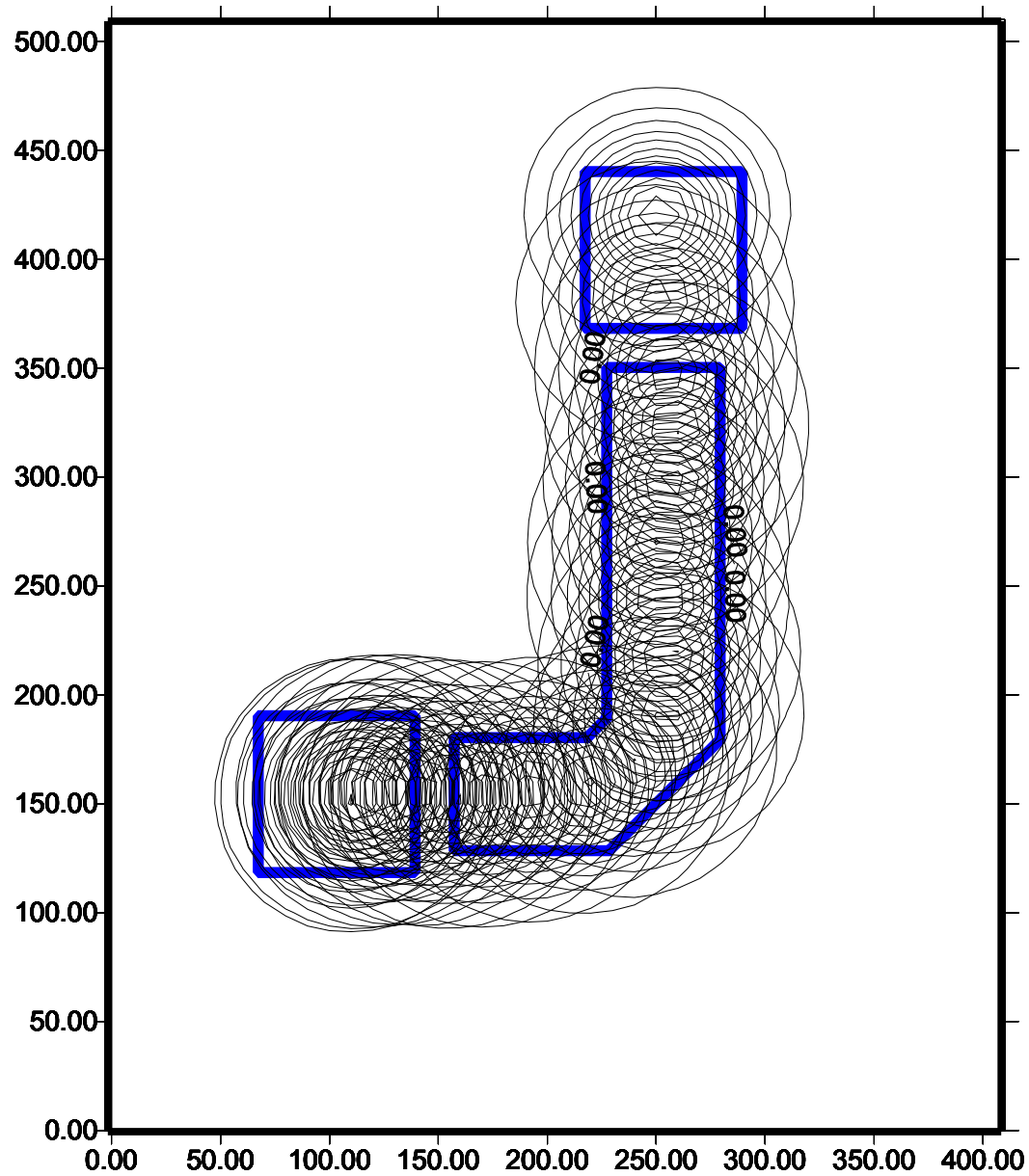
$$Ve_1 = 0$$



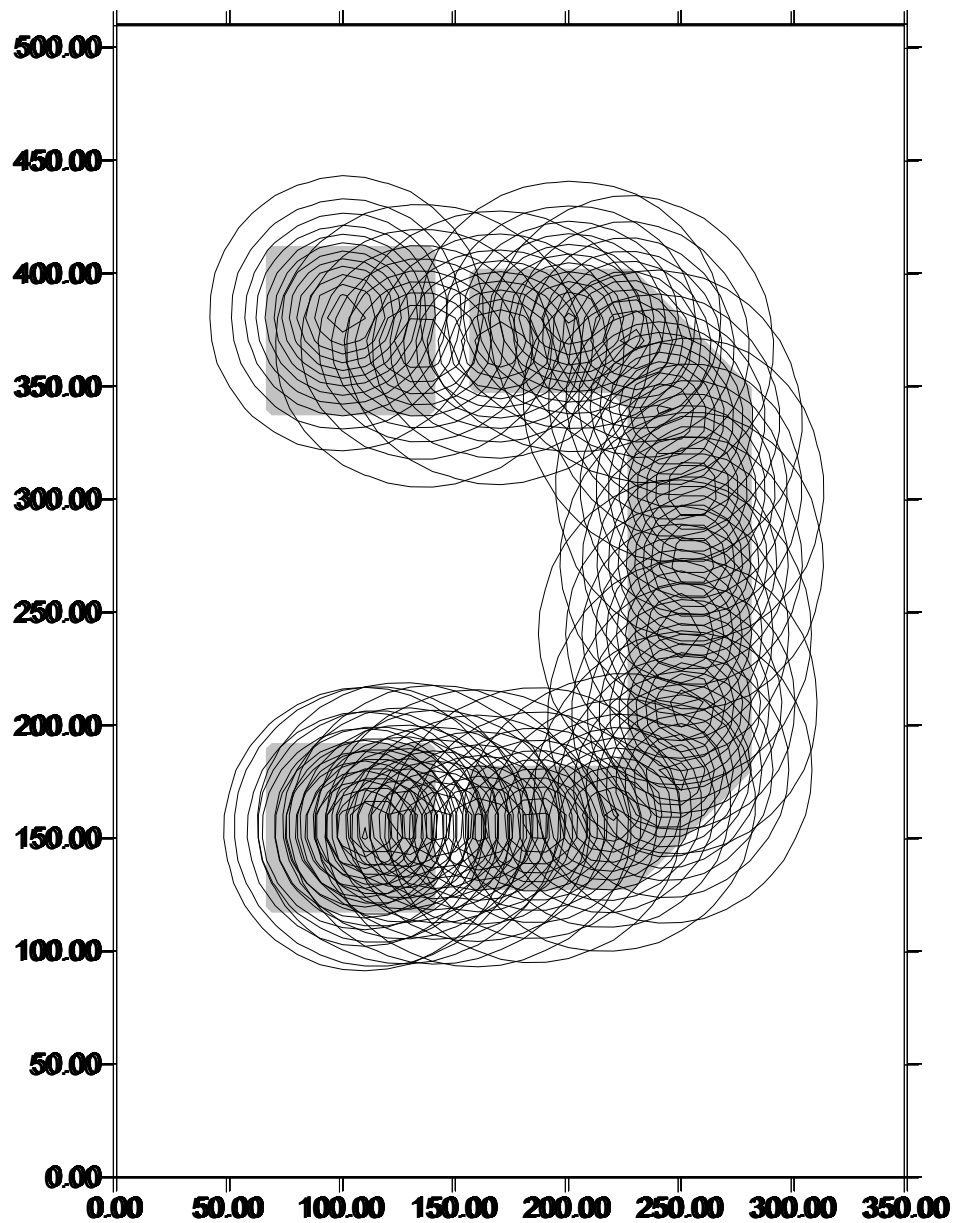
Indukowane kropki i druty kwantowe



Możliwy jest również
ruch po zakrzywionej
trajektorii



przeprowadzenie
elektronu pomiędzy
dowolnymi punktami
nanourządzenia



Zastosowanie efektu ?

Udaje się przetransportować elektron
pomiędzy różnymi elementami nanourządzenia

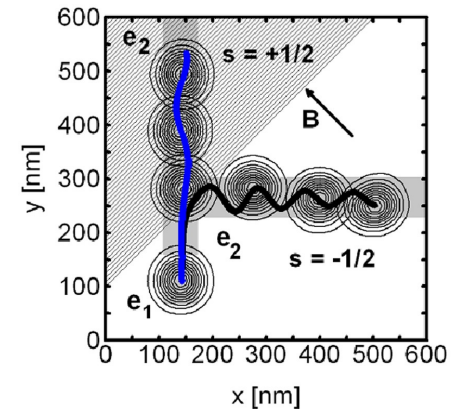
!!!! z prawdopodobieństwem 100%

!!!! funkcja falowa elektronu ulega niewielkim deformacjom

Pierwszym pomysłem zastosowania efektu był
transport elektronu w polu magnetycznym, w którym
dzięki domieszkom magnetycznym można uzyskać
lokalne niejednorodności pozwalające na wykonywanie
kontrolowanych operacji na spinie elektronu.

Pomysł ten został jednak zastąpiony
lepszym!

Do wykonania operacji na spinie elektronu
można użyć oddziaływania spin-orbita



Oddziaływanie spin-orbita

Równanie Diraca



$\mathbf{c} \rightarrow \infty$

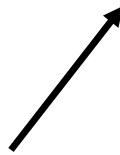
Równanie Schrödingera

+

Poprawki relatywistyczne

$$\tilde{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + \frac{\hbar \vec{\sigma} \cdot (\nabla V(\vec{\mathbf{r}}) \times \hat{\mathbf{p}})}{4m_0^2 c^2} + \dots$$

Oddziaływanie spin-orbita

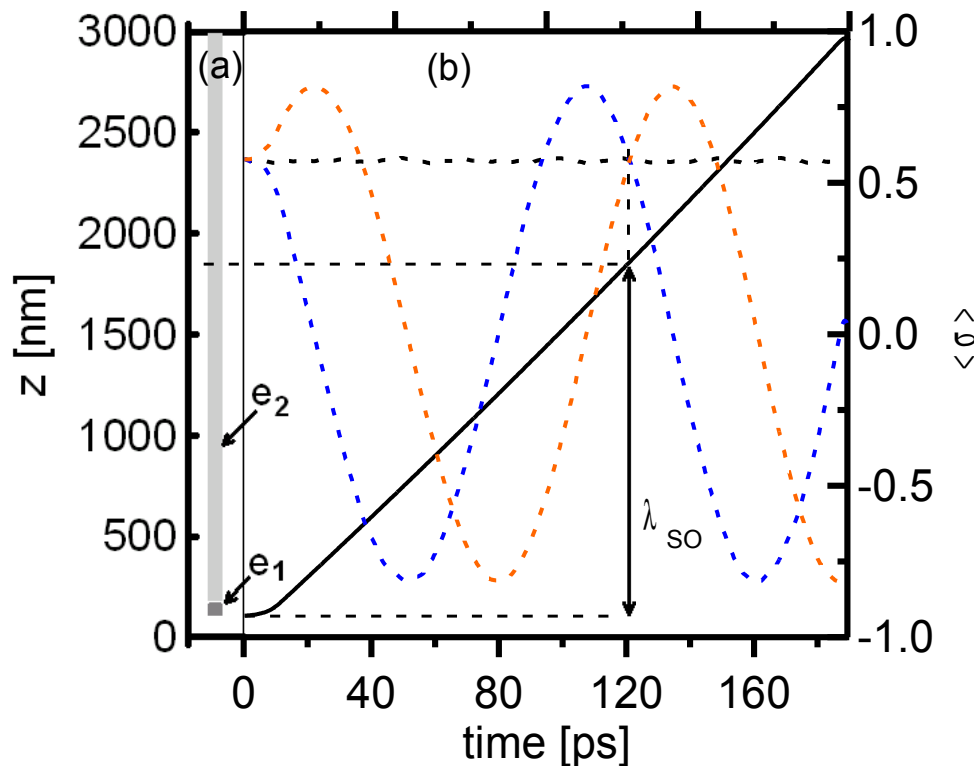


Oddziaływanie spin-orbita

Oddziaływanie spin-orbita powoduje obrót spinu elektronu przy jego ruchu w obecności gradientu potencjału (np. pola elektrycznego)

$$H^{\text{so}} = \frac{\hbar \vec{\sigma} \cdot (\nabla V(\vec{r}) \times \hat{\mathbf{p}})}{4m_0^2 c^2}$$

W typowych nanostrukturach półprzewodnikowych jest wystarczająco silne do wykonywania operacji na spinie elektronu

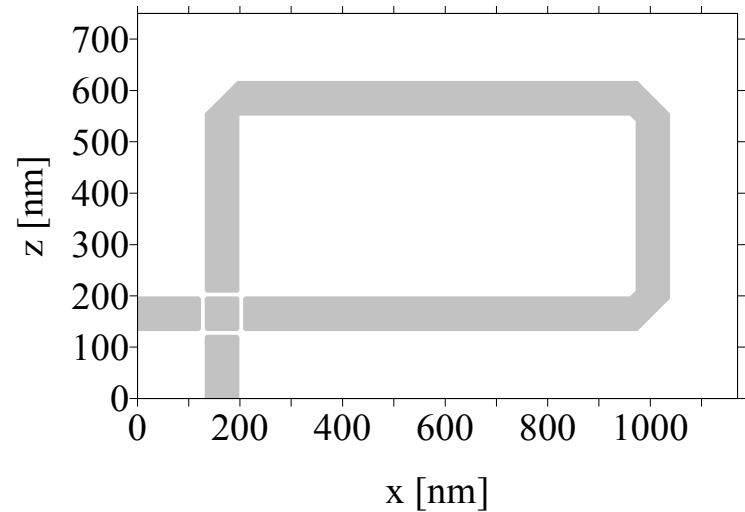


Po pokonaniu w kierunku osi „z” odcinka $\lambda_{\text{so}} = 1700 \text{ nm}$ spin elektronu obraca się o 360° Wokół osi „x” (symulacja wykonana dla Si)

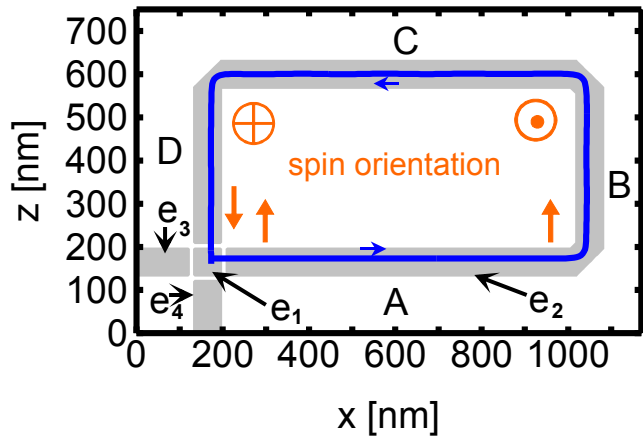
Oddziaływanie spin-orbita

przy ruchu w kierunku „z” spin obraca się wokół osi „x”
podobnie
przy ruchu w kierunku „x” spin obraca się wokół osi „z”

Efekt wykorzystamy zmuszając elektron
do ruchu po krzywej zamkniętej



S. Bednarek, B. Szafran,
“Spin rotations induced by an electron running in closed trajectories in gated
semiconductor nanodevices”
Phys. Rev. Lett. **101**, 216805 (2008)



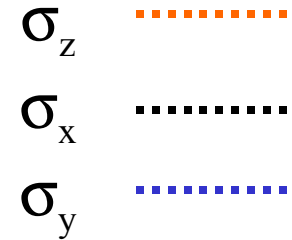
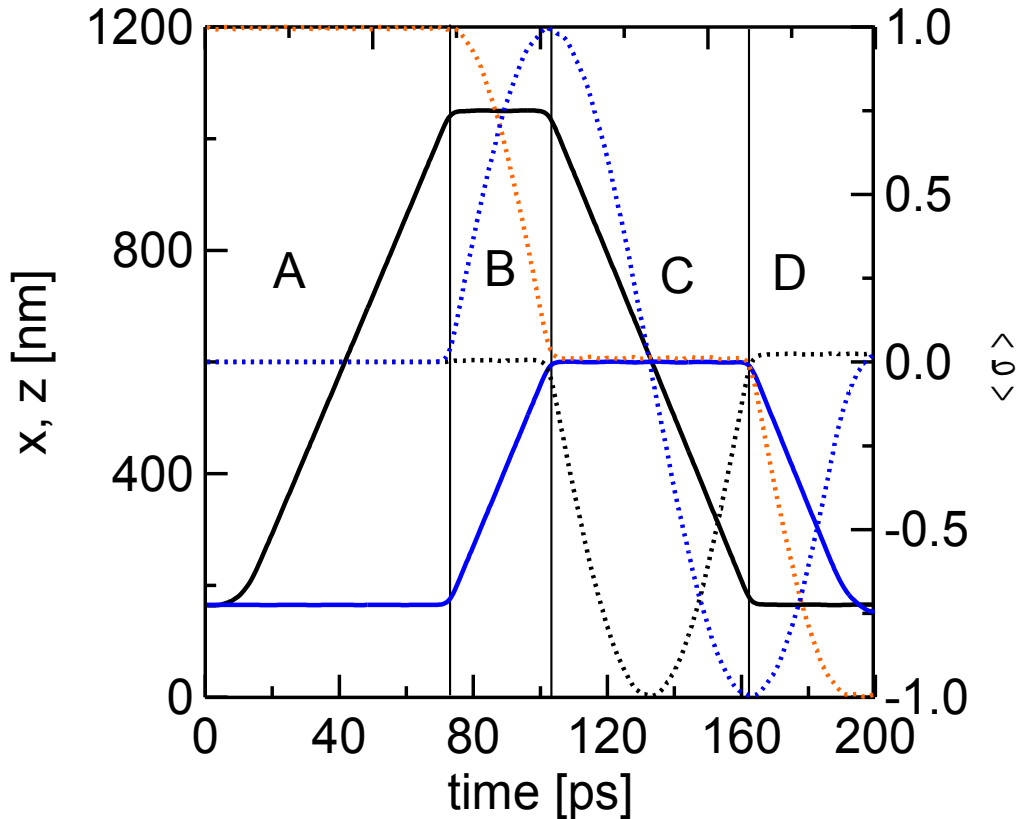
Bramka negacji NOT

$$U^{\text{NOT}}|\uparrow\rangle = |\downarrow\rangle$$

$$\sigma_z \rightarrow \sigma_{-z}$$

$$U^{\text{NOT}}|\downarrow\rangle = |\uparrow\rangle$$

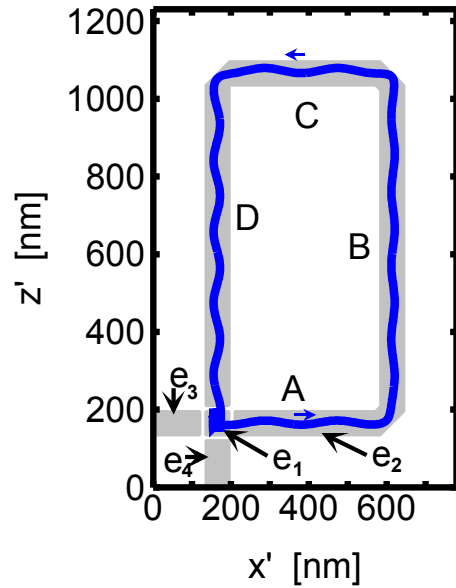
$$\sigma_{-z} \rightarrow \sigma_z$$



bramka_NOT\NOT.exe

$$z' = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + z)$$

$$x' = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - z)$$



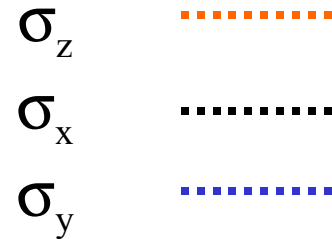
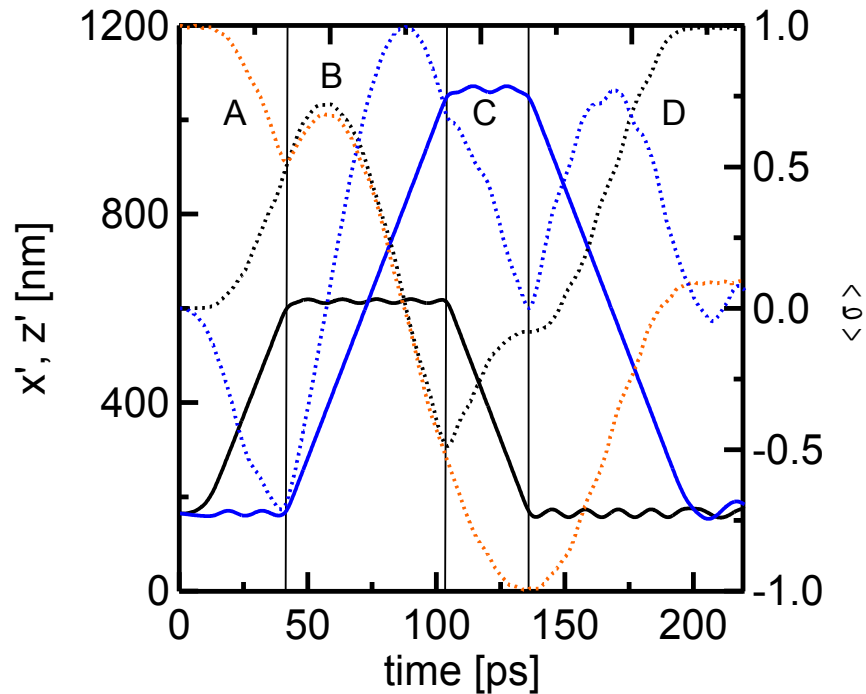
Bramka Hadamarda

$$U^H |\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$$

$$\sigma_z \rightarrow \sigma_x$$

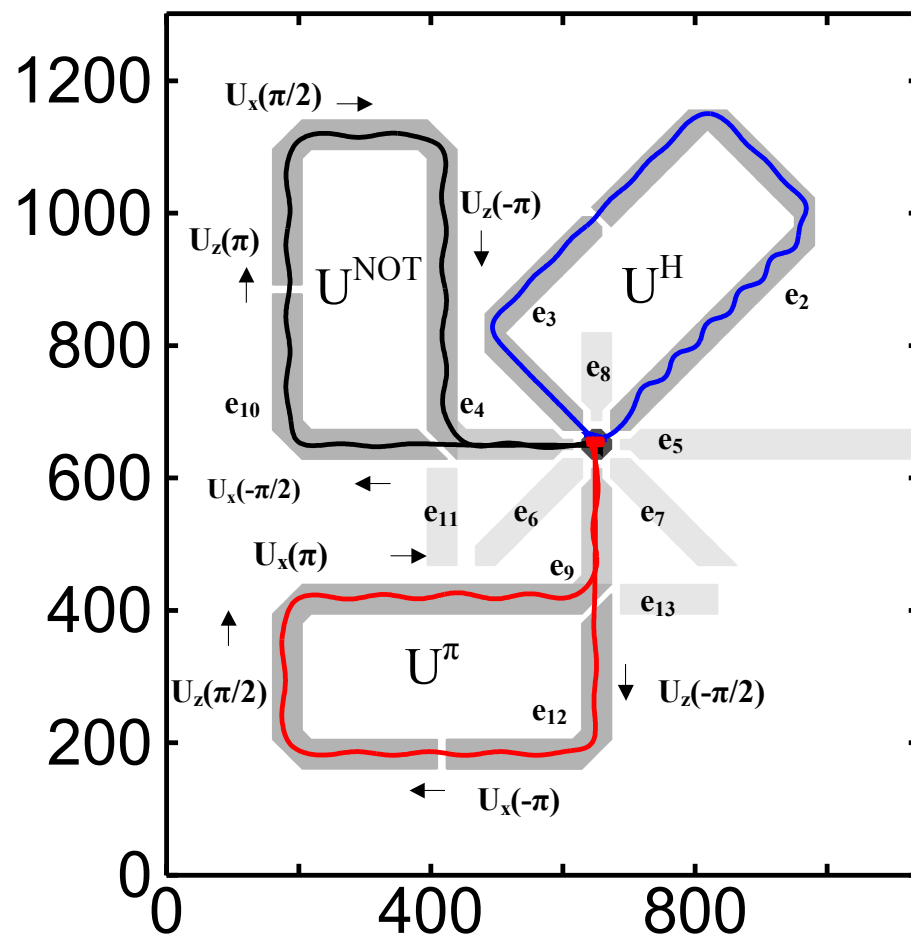
$$U^H |\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)$$

$$\sigma_{-z} \rightarrow \sigma_{-x}$$



Nanourządzenie
pozwalające na wykonanie
na spinie elektronu
dowolnej sekwencji
operacji logicznych

NOT
Hadamarda
Zmiany fazy



S. Bednarek B. Szafran,

„Gated combo nanodevice for sequential operations on single electron spin”

Nanotechnology 20 (2009) 065402

Podsumowanie

- Pod metalowymi elektrodami umieszczonymi na powierzchni nanostruktury elektron może być transportowany w postaci stabilnego do dowolnego miejsca w nanourządzeniu.
- Elektron może być transportowany zarówno po liniach prostych jak i łamanych z prawdopodobieństwem 100%.
- W nanostrukturach półprzewodnikowych oddziaływanie spin-orbita jest na tyle silne, że elektron pokonujący drogę rzędu kilkuset nm obraca swój spin o 180° .
- Łącząc oba efekty można zbudować nanourządzenia wykonujące na spinie elektronu dowolną operację.

Podsumowanie

- Udało się zasymulować działanie trzech jednokubitowych kwantowych bramek logicznych operujących na spinie elektronu
- Można również zbudować nanourządzenie, wykonujące dowolną sekwencję operacji logicznych.
 - Bramki NOT
 - Bramki Hadamarda
 - Bramki zmiany fazy
- W porównaniu z dotychczasowymi konstrukcjami zaproponowane nanourządzenia mają szereg zalet:
 - Operacje są sterowane przyłożonymi do elektrod niewielkimi napięciami (.1mV)
 - Nie wymagają mikrofal ani zewnętrznych pól magnetycznych
 - Po połączeniu kubitów w rejestry wieokubitowe, bez trudu mogą być wykonywane operacje logiczne na pojedynczych kubitach