

Odpowiedzi do niektórych zadań zest. (2):

ad 2a. Ruch prostoliniowy, niejednostajnie przyspieszony.  $[2]=\text{m/s}^3$ .

ad 2b.  $D = 0$ , bo ruch jednostajnie zmienny ( $a = 0 = 6Dt$ ).  $v = B + 2Ct \rightarrow v_0 = B$ ,  $B = +10 \text{ m/s}$ ;  $C < 0$  bo  $v$  maleje.  $A$  - dowolne.

ad 9.  $\vec{r}_1 = (-3 + 2t, 0)$ ;  $\vec{r}_2 = (0, -3 + 3t)$ ;  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (3 - 2t, -3 + 3t)$ . Znajdź długość wektora  $\vec{r}$ , która jest funkcją czasu, dalej, aby znaleźć minimum  $r(t)$  przyrównaj pochodną  $\frac{dr}{dt}$  do zera. Stąd uzyskasz czas, w którym jest minimum:  $t = 1.15 \text{ s}$ .

1. Ruch jednostajny po okregu określony jest przez  $|\vec{r}| = R = \text{const}$  i  $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{const}$ . W układzie kartezjańskim wektor wodzący wskazujący położenie poruszającego się punktu:

$$\vec{r}(t) = R \cos \varphi \hat{i} + R \sin \varphi \hat{j},$$

gdzie kąt  $\varphi = \varphi(t)$  pomiędzy osią  $x$  a wektorem wodzącym  $\vec{r}$  jest funkcją czasu. 1) Znajdź wektory prędkości  $\vec{v}$  i przyspieszenia  $\vec{a}$  (przez różniczkowanie, pamiętając, że  $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ ) oraz wartości tych wektorów, 2) Oblicz iloczyn skalarny  $\vec{v} \cdot \vec{r}$ . Czy  $\vec{r}$  i  $\vec{v}$  to wektory prostopadłe? 3) Oblicz iloczyn wektorowy  $\vec{r} \times \vec{a}$ . Czy  $\vec{r}$  i  $\vec{a}$  to wektory równoległe czy antyrównoległe?

2. Znaleźć wartość siły (stałej) działającej na ciało o masie 2.5 kg jeśli w ciągu 5 s od chwili spoczynku przebyło ono drogę 40 m. (odp. 8 N)
3. Cegła leży nieruchomo na desce, która jest nachylona do poziomu pod kątem  $30^\circ$ . Narysuj wszystkie siły działające na cegłę.
4. Ciało o masie  $M$  wiszące na linie spuszczaemy z wysokości  $d$  pionowo w dół tak, że ma stałe, skierowane do dołu przyspieszenie, równe  $\frac{g}{4}$ . Znaleźć naprężenie liny.
5. Samochód wjeżdżając na wznoszący się odcinek drogi miał prędkość początkową 36 km/godz. Znaleźć drogę, jaką przebył samochód (na wyłączonym silniku) do chwili zatrzymania się, oraz czas trwania ruchu opóźnionego, jeśli współczynnik tarcia  $\mu = 0.5$ , a kąt nachylenia drogi  $\alpha = 10^\circ$ . Na szkicu narysuj siły działające na samochód. (Odp. 7.6 m)
6. Na równi pochyłej o kącie nachylenia  $30^\circ$  umieszczona jest masa 3 kg, która połączona jest nieważką i nierozciągliwą nitką, przełożoną przez mogący się obracać bez tarcia kążek, ze zwisającą swobodnie drugą masą 2 kg. Obliczyć przyspieszenie obu mas (także jego kierunek) oraz naprężenie nitki jeśli ruch odbywa się bez tarcia. Ruch kążka zaniedbać. (wsk.: napisz układ dwóch równań ruchu, czyli zastosuj II zas. Newtona, dla obu mas, zawierający dwie niewiadome: przyspieszenie  $a$  i naprężenie  $N$ )
7. Masa  $m$  spada swobodnie z pewnej wysokości, bez prędkości początkowej. Napisać równanie ruchu (II zas. dyn.), w którym nieznaną funkcją jest  $v(t)$ , w przypadkach: a) bez oporu powietrza, b) uwzględniając, że siła oporu jest proporcjonalna do prędkości,  $F = k \cdot v(t)$  ( $k$  - stała). Znaleźć rozwiązanie (tzn.  $v(t)$ ) dla przypadku a) i zrobić wykres  $v(t)$ . Dla przypadku b) pokazać, że istnieje maksymalna prędkość, którą może uzyskać spadająca masa (tzw. prędkość graniczna). Jakim wzorem się ona wyraża? (punkt b) zrobimy wspólnie na ćwiczeniach)
8. Ruch masy  $m$ , który odbywa się pod wpływem siły  $F$  zmieniającej się proporcjonalnie do wychylenia  $x$  tej masy od punktu równowagi i przeciwnie skierowanej do tego wychylenia ( $F = -kx$ ,  $k$  - stały dodatni współczynnik) nazywany jest ruchem harmonicznym. Takim ruchem poruszać się może np. ciężarek zawieszony na sprężynie. Napisz równanie tego ruchu (II zas. dyn.). Zgadnij rozwiązanie  $x(t)$ , które spełnia to równanie (zgadywanie to też dobry sposób rozwiązywania równań różniczkowych).
9. Zadanie nadobowiązkowe: Chcesz dostać się w możliwie najkrótszym czasie do punktu położonego na przeciwległym brzegu rzeki, mającej szerokość 500 m, dokładnie na wprost miejsca, w którym aktualnie stoisz. Prędkość nurtu rzeki wynosi 2 km/h. Masz do wyboru kombinację płynięcia łodzią z prędkością (na nieruchomej wodzie) równą 3 km/h, a następnie marszu wzdłuż brzegu z prędkością 5 km/h. a) Pod jakim kątem  $\alpha$  względem nurtu rzeki skierujesz łódź aby czas był minimalny? b) Ile czasu zajmie ci wtedy przebycie całej drogi?  
Oczekuję opisanie rozwiązania tego zadania i oddania na najbliższych ćwiczeniach. (Wskaz.: należy skonstruować wyrażenie na całkowity czas płynięcia i marszu ( $t = t_1 + t_2$ ) jako funkcję kąta  $\alpha$ , a następnie znaleźć minimum tej funkcji); odp.:  $115^\circ$ , 12.6 minut)