- drgania harmoniczne proste, tłumione, wymuszone

1. Znaleźć amplitudę drgań harmonicznych punktu materialnego, jeżeli jego całkowita energia jest równa $4 \cdot 10^{-2}\ J$, a działająca nań siła przy wychyleniu do połowy amplitudy jest równa $2\ N$.

2. Jak połączyć (szeregowo? równolegle?) dwie sprężyny o współczynnikach sprężystości odpowiednio k_1, k_2, ażeby współczynnik sprężystości k połączonych sprężyn wynosił: a)$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$, b) $k = k_1 + k_2$?

3. Wahadło matematyczne o długości L. Pokazać, że dla wychyleń wahadła o mały kąt od położenia równowagi okres drgań wyraża się wzorem $T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L}{g}}$.

4. Wahadło fizyczne. Przykładowe zagadnienie: krążek z blachy (masa 0.2 kg, średnica 15 cm) zawieszono swobodnie na osi poziomej, przechodzącej przez punkt odległy od środka krążka o $d = \frac{2}{3}R$ i wprawiono w ruch drgający. Stosując II zas dyn. dla ruchu obrotowego wahadła zapisać równanie ruchu, a następnie określić warunek, dla którego będzie to ruch harmoniczny. Znaleźć wzór na okres małych drgań i obliczyć ten okres dla konkretnych danych. (odp: $T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{I}{mgd}} = ...$, gdzie $I = I_o + md^2$ - moment bezwładności wahadła wzgl. osi obrotu)

5. Ruch drgający tłumiony. Napisać równanie drgań harmonicznych tłumionych (np. sprężyna) przyjmując, że wystepuje siła oporu (np. opór powietrza) proporcjonalna do prędkości drgającej masy. Pokazać, że równanie to ma postać:
$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\beta\frac{dx(t)}{dt} + \omega_o^2 x(t) = 0.$$
Stałą β nazywamy współczynnikiem tłumienia, a ω_o - częstością drgań własnych, tj. takich drgań, kiedy nie występuje tłumienie. Rozwiązanie tego równania wygląda następująco (jak to sprawdzić ?):
$$x(t) = Ae^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi),\ \text{gdzie}\ \omega = \sqrt{\omega_o^2 - \beta^2}.$$
Naszkicuj wykres $x(t)$. Dlaczego amplituda drgań $Ae^{-\beta t}$ maleje w czasie?

6. Po upływie czasu $t = 15$ s amplituda drgań kamertonu zmniejszyła się 100 razy. Znaleźć współczynnik tłumienia drgań.

7. Ruch harmoniczny wymuszony (np. sprężyna, wahadło). Takie drgania powstają gdy obecna jest siła wymuszająca o częstości ω, zmieniająca się sinusoidalnie: $F = F_o \cos\omega t$. Równanie drgań wygląda wtedy następująco:
$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\beta\frac{dx(t)}{dt} + \omega_o^2 x(t) = \frac{F_o}{m},$$
a jego rozwiązanie ma postać:
$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi),$$
przy czym amplituda drgań A zależy od częstości wymuszającej następująco:
$$A = A(\omega) = \frac{F_o/m}{\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}.$$

8. Rezonans. Oblicz, jaka musi być częstość ω wymuszająca drgania aby amplituda drgań była maksymalna. Tę częstość nazywamy częstością rezonansową ω_{rez}.
(*wskaz.: policz maksimum $A(\omega)$ (a prościej - minimum tego co stoi w mianowniku tej funkcji pod pierwiastkiem), odp: $\omega_{rez} = \sqrt{\omega_o^2 - 2\beta^2}$*)