

**Podstawy informatyki kwantowej**  
**Zestaw 1**  
 —  
**grupa IS**

**1.1.** Sprawdzić czy stanowi przestrzeń liniową zbiór:

- a. wektorów w przestrzeni trójwymiarowej  $\mathcal{V}(\mathbb{R}) = \mathbb{R}^3$ ,
- b. funkcji  $\mathcal{V}(\mathbb{R}) = \{f \in C[a, b] : f(a) = f(b) = 0\}$ ,

z działaniami dodawania elementów i mnożenia przez skalary należące do ciała  $\mathbb{R}$ .

**1.2.** Zaproponować iloczyn skalarny w przestrzeniach wektorowych z zad. 1.1.

**1.3.** Sprawdzić czy zbiór macierzy  $2 \times 1$ , czyli

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

tworzy przestrzeń liniową.

**1.4.** Zaproponować iloczyn skalarny w tej przestrzeni.

**1.5.** Zaproponować operator działający w przestrzeni określonej w zad. 1.3. Narzucić warunek hermitowskości operatora.

**1.6.** Wartością oczekiwaną operatora  $\hat{A}$  w stanie  $|b\rangle \in \mathcal{H}$  nazywamy iloczyn skalarny wektora  $\langle b|$  i wektora  $\hat{A}|b\rangle$ .

Przyjmijmy:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad |b\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Wyliczyć wartość oczekiwaną operatora  $\hat{A}$  w stanie  $|b\rangle$ .

**1.7.** Równaniem własnym operatora  $\hat{A}$  nazywamy równanie własne w postaci

$$\hat{A}|a\rangle = \lambda|a\rangle,$$

gdzie  $|a\rangle$  jest elementem przestrzeni wektorowej, a  $\lambda$  i  $|a\rangle$  są wielkościami szukanymi. Napisz i rozwiąż równanie własne dla operatora określonego w zad. 1.6.