

Podstawy informatyki kwantowej
Zestaw 3
ćwiczenia 11. 04. 2011
grupy IS

3.1. Niech \hat{U} jest macierzą unitarną o wymiarze 2×2 , taką że

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix},$$

gdzie $\det \hat{U} = 1$.

Pokaż, że $a^* = d$, $b = -c^*$ oraz $|a|^2 + |b|^2 = 1$.

3.2. Operator typu *bramka Hadamarda* zapisany w reprezentacji macierzowej ma postać:

$$\hat{U}_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

a) Sprawdź czy \hat{U}_H jest operatorem unitarnym.

b) Znajdź wartości własne i wektory własne tego operatora.

3.3. Działanie operatora typu *bramka Hadamarda* na stan jedno-qubitowy można zapisać w postaci:

$$\hat{U}_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(|0\rangle + |1\rangle \right) \langle 0| + \left(|0\rangle - |1\rangle \right) \langle 1| \right],$$

gdzie $|0\rangle$ i $|1\rangle$ są elementami bazy ortonormalnej.

Oblicz:

a) $\hat{U}_H|0\rangle$ i $\hat{U}_H|1\rangle$,

b) $\hat{U}_H\hat{U}_H$.