

Podstawy informatyki kwantowej
Zestaw 5
ćwiczenia 09. 05. 2011
grupy IS

- 5.1.** Operator typu *bramka pierwiastek kwadratowy z negacji* można zapisać w postaci:

$$\hat{U}_{\sqrt{NOT}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}.$$

Oblicz:

- a) $\hat{U}_{\sqrt{NOT}}|0\rangle$ i $\hat{U}_{\sqrt{NOT}}|1\rangle$,
 b) $\hat{U}_{\sqrt{NOT}}\hat{U}_{\sqrt{NOT}}$.

- 5.2.** Operator typu *bramka fazy* można zapisać w postaci:

$$\hat{U}_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}.$$

Oblicz:

- a) $\hat{U}_S|0\rangle$ i $\hat{U}_S|1\rangle$,
 b) $\hat{U}_S\hat{U}_S$.

- 5.3.** Niech $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ stanowią bazę ortonormalną w przestrzeni Hilberta $H(\mathbb{C}^2)$ i niech operator $\hat{\mathbf{A}}$ jest zdefiniowany w następujący sposób:

$$\hat{\mathbf{A}} = |0\rangle\langle 0| - i|0\rangle\langle 1| + i|1\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|.$$

Sprawdź czy operator $\hat{\mathbf{A}}$ jest operatorem rzutowym. Znajdź jego reprezentację macierzową operatora i oblicz ślad $\text{Tr}\{\hat{\mathbf{A}}\}$.

Oblicz wartości własne i wektory własne operatora $\hat{\mathbf{A}}$.

- 5.4.** Niech $f(\hat{\mathbf{C}})$ jest funkcją operatorową. Pokaż, że

$$[\hat{\mathbf{B}}, f(\hat{\mathbf{C}})] = [\hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}]f'(\hat{\mathbf{C}}),$$

gdzie $f'(\hat{\mathbf{C}})$ jest pochodną funkcji $f'(\hat{\mathbf{C}})$ względem $\hat{\mathbf{C}}$.