

**Podstawy informatyki kwantowej**  
**Zestaw 6**  
**ćwiczenia 16. 05. 2011**  
**grupy IS**

**6.1.** Sprawdź czy podane funkcje są całkowalne z kwadratem:

a)  $\phi_1(x) = Ax^2e^{-x/2},$

b)  $\phi_2(x) = Ax^2\left(1 - \frac{1}{6}x\right)e^{-x/3},$

c)  $\phi_3(x) = Ae^{-\alpha x}.$

**6.2.** Cząstka swobodna jest opisana funkcją falową w postaci

$$\psi(x) = Ae^{-\alpha x^2}.$$

Znajdź jej rozwinięcie na stany z określonym pędem

$$\psi(x) = \sum_k C_k \phi_k(x),$$

**6.3.** Wartością oczekiwaną operatora  $\hat{A}$  w stanie  $|\phi\rangle$  nazywamy biliniową formę funkcji  $\phi(x)$  wyrażoną wzorem

$$\langle A \rangle_\phi = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dx \phi^*(x) \hat{A} \phi(x)}{\int_{-\infty}^{\infty} dx |\phi(x)|^2}.$$

Proszę policzyć wartości oczekiwane operatorów:

a.  $\hat{A} = \hat{x},$

b.  $\hat{B} = \frac{d}{dx},$

c.  $\hat{C} = \frac{d^2}{dx^2},$

d.  $\hat{D} = \frac{d}{dx} + \hat{x},$

w stanie reprezentowanym przez funkcję  $\phi(x) = \exp[-\alpha x^2]$ .  
 Czy funkcja  $\phi(x)$  jest funkcją własną któregoś z operatorów?