

Podstawy informatyki kwantowej
Zestaw 6
ćwiczenia 30. 05. 2011
grupy IS

7.1. Wykaż, że ciągi funkcyjne:

$$\text{a. } d_n(x) = \begin{cases} n, & \text{dla } |x| < 1/(2n) \\ 0, & \text{dla } |x| > 1/(2n), \end{cases}$$

$$\text{b. } d_n(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\sin nx}{x} = \frac{1}{2\pi} \int_{-n}^n dk \exp[ikx],$$

można użyć do określenia dystrybucji δ -Diraca.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx \varphi(x) d_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \varphi(x) \delta(x) = \varphi(0).$$

7.2 Funkcja falowa jest dana wzorem

$$\psi(x) = A \begin{cases} e^{-\beta x}, & x \geq 0, \\ e^{\beta x}, & x < 0 \end{cases}$$

Proszę:

- a. unormować funkcję $\psi(x)$,
- b. obliczyć prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w obszarze między $x = 1/\beta$, a $x = 2/\beta$.

7.3 Proszę znaleźć poziomy energetyczne i unormowane funkcje falowe cząstki o masie m poruszającej się w polu o potencjale

$$U(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq a \\ \infty, & |x| > a. \end{cases}$$

7.4. Cząstka o masie m jest uwięziona w nieskończonej studni potencjału o szerokości L . Funkcja falowa odpowiadająca stanowi tej cząstki ma postać:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{10L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + A\sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \frac{3}{\sqrt{5L}} \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right).$$

Proszę:

- a) znaleźć stałą A ,
- b) podać jakie są możliwe wyniki pomiaru energii i jakie są ich prawdopodobieństwa.

Wskazówka: Funkcje własne i wartości własne dla cząstki uwięzionej w nieskończonej studni potencjału mają postać:

$$\psi_n(x) = A\sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \quad E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2.$$