

## Metody ilościowe w naukach technicznych

### Zestaw 1

1.1. Ile elementów ma zbiór

- (a)  $A := \{1, 2, 3, 4, \{5, 6\}, \{\{7\}, \{8, 9\}\}\}$ ;
- (b)  $B := \{n \in \mathbb{N} \mid 4 < n \leq 8\}$ ;
- (c)  $C := A \times B$ ;
- (d)  $\emptyset$ ;
- (e)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ ;

wymień te elementy.

1.2. Wiedząc, że  $A := (0, \pi]$ ,  $B := \mathbb{N} \cup [\frac{\pi}{2}, 4)$  wyznacz

- (a)  $A - B$ ;
- (b)  $B - A$ ;
- (c)  $A \cap B$ ;
- (d)  $A \cup B$ ;

Zaznacz powyższe zbiory na osi liczbowej.

Wyznacz zbiór  $A \times B$  i narysuj go na płaszczyźnie  $XY$ .

Czy dla powyższych zbiorów zachodzi

- (a)  $A - B \subset A$ ;
- (b)  $B - A \subset A$ ;
- (c)  $\emptyset \in A$ ;
- (d)  $\emptyset \subset A$ ;

Czy, któreś z powyższych jest zawsze spełnione?

1.3. Wiedząc, że  $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 16\}$ ,  $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$  wyznacz

- (a)  $A - B$ ;
- (b)  $B - A$ ;
- (c)  $A \cap B$ ;
- (d)  $A \cup B$ ;

Zaznacz powyższe zbiory na płaszczyźnie  $XY$ .

1.4. Sprawdź, że dla dowolnego  $n \in \mathbb{N}_+$  relacja  $\mathcal{R}_n \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  zadana poprzez

$$l \mathcal{R}_n k \iff l = k \pmod{n}, \quad \text{dla } l, k \in \mathbb{Z},$$

jest relacją równoważności tzn. jest

- zwrotna

$$x \mathcal{R} x;$$

- symetryczna

$$x \mathcal{R} y \Rightarrow y \mathcal{R} x;$$

- przechodnia

$$x \mathcal{R} y \wedge y \mathcal{R} z \Rightarrow x \mathcal{R} z;$$

Czy relacje mniejszości ' $<$ ' i równości '=' na zbiorze liczb rzeczywistych są relacjami równoważności?

1.5. Wiedząc, iż funkcja  $f : X \rightarrow Y$  jest z definicji relacją (a więc  $f \subset X \times Y$ ) spełniającą

$$\forall x \in X, y, z \in Y : x f y \wedge x f z \Rightarrow y = z$$

sprawdź, która z poniższych relacji na  $\mathbb{R}$  jest funkcją

(a)  $x \mathcal{R} y \iff x = \sin y;$

(b)  $x \mathcal{R} y \iff \sin x = y;$

(c)  $x \mathcal{R} y \iff x = y^2;$

1.6. Wypisz wszystkie relacje na zbiorach  $X := \{1, 2\}$ ,  $Y := \{e, \pi\}$ . Czy któraś z nich jest relacją równoważności, funkcją (suriekcją, iniekcją, bijekcją).