

Metody ilościowe w naukach technicznych

Zestaw 1

1.1. Ile elementów ma zbiór

- (a) $A := \{1, 2, 3, 4, \{5, 6\}, \{\{7\}, \{8, 9\}\}\}$;
- (b) $B := \{n \in \mathbb{N} \mid 4 < n \leq 8\}$;
- (c) $C := A \times B$;
- (d) \emptyset ;
- (e) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$;

wymień te elementy.

1.2. Wiedząc, że $A := (0, \pi]$, $B := \mathbb{N} \cup [\frac{\pi}{2}, 4)$ wyznacz

- (a) $A - B$;
- (b) $B - A$;
- (c) $A \cap B$;
- (d) $A \cup B$;

Zaznacz powyższe zbiory na osi liczbowej.

Wyznacz zbiór $A \times B$ i narysuj go na płaszczyźnie XY .

Czy dla powyższych zbiorów zachodzi

- (a) $A - B \subset A$;
- (b) $B - A \subset A$;
- (c) $\emptyset \in A$;
- (d) $\emptyset \subset A$;

Czy, któreś z powyższych jest zawsze spełnione?

1.3. Wiedząc, że $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 16\}$, $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$ wyznacz

- (a) $A - B$;
- (b) $B - A$;
- (c) $A \cap B$;
- (d) $A \cup B$;

Zaznacz powyższe zbiory na płaszczyźnie XY .

1.4. Sprawdź, że dla dowolnego $n \in \mathbb{N}_+$ relacja $\mathcal{R}_n \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ zadana poprzez

$$l \mathcal{R}_n k \iff l = k \pmod{n}, \quad \text{dla } l, k \in \mathbb{Z},$$

jest relacją równoważności tzn. jest

- zwrotna

$$x \mathcal{R} x;$$

- symetryczna

$$x \mathcal{R} y \Rightarrow y \mathcal{R} x;$$

- przechodnia

$$x \mathcal{R} y \wedge y \mathcal{R} z \Rightarrow x \mathcal{R} z;$$

Czy relacje mniejszości ' $<$ ' i równości '=' na zbiorze liczb rzeczywistych są relacjami równoważności?

1.5. Wiedząc, iż funkcja $f : X \rightarrow Y$ jest z definicji relacją (a więc $f \subset X \times Y$) spełniającą

$$\forall x \in X, y, z \in Y : x f y \wedge x f z \Rightarrow y = z$$

sprawdź, która z poniższych relacji na \mathbb{R} jest funkcją

(a) $x \mathcal{R} y \iff x = \sin y;$

(b) $x \mathcal{R} y \iff \sin x = y;$

(c) $x \mathcal{R} y \iff x = y^2;$

1.6. Wypisz wszystkie relacje na zbiorach $X := \{1, 2\}$, $Y := \{e, \pi\}$. Czy któraś z nich jest relacją równoważności, funkcją (suriekcją, iniekcją, bijekcją).