

## Metody ilościowe w naukach technicznych

### Zestaw 3

4.1. Dla wektorów  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$  proszę wyznaczyć:

- a)  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$
- b)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{a}$ ,  $2\vec{a} \cdot (-3\vec{b})$
- c)  $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$
- d)  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{b} \times \vec{a}$ ,  $\vec{b} \times (3\vec{a})$ ,  $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{a}$

4.2 Proszę sprawdzić, czy

- a) czworokąt o wierzchołkach A(-5,-5), B(4,7), C(2,8), D(-1,4) jest równoległobokiem
- b) trójkąt o wierzchołkach A(3,2,1), B(-1,6,5), C(5,3,2) jest prostokątny. Proszę obliczyć pole powierzchni tych figur.

4.3 Proszę obliczyć objętość równoległościanu rozpiętego na wektorach:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

*Wskazówka:* Objętość jest równa  $V = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$ .

4.3 Dane są dwa wektory  $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$  oraz  $\vec{b} = 4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3$ . Proszę obliczyć:

- a) kąt jaki tworzą te wektory,
- b) składową wektora  $\vec{a}$  równoległą i prostopadłą do wektora  $\vec{b}$ .

4.3 Proszę znaleźć kąty wewnętrzne trójkąta o wierzchołkach A(2,-1,3), B(1,1,1), C(0,0,5).

4.4 Proszę znaleźć rzut wektora  $\vec{a} = (2, 1, -3)$  na oś o kierunku wektora  $\vec{b} = (4, 1, 5)$ .

4.5 Proszę znaleźć wektor  $\vec{a}$  wiedząc, że jest on prostopadły do wektorów  $\vec{b} = (2, 3, -1)$ ,  $\vec{c} = (1, -2, 3)$  oraz spełnia warunek  $\vec{a} \cdot (2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3) = -6$ .

4.6 Proszę przedstawić wektor  $\vec{a} = (3, -1, 2)$  w postaci sumy dwóch wektorów, z których jeden jest równoległy, a drugi prostopadły do wektora  $\vec{b} = (-1, 4, 5)$ .

4.7 Dla jakich wartości  $a$  i  $b$  wektor  $\vec{u} = (\frac{1}{3}\sqrt{3}, a, b)$  jest wersorem prostopadłym do wektora  $\vec{v} = (1, 1, 1)$ ?