

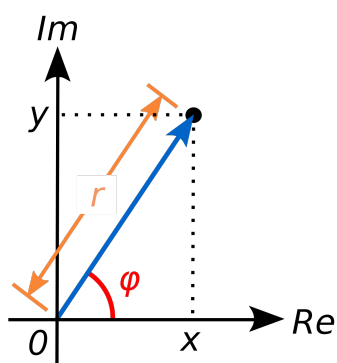
Metody ilościowe w naukach technicznych

Zestaw 4

Uzupełnienie

Postać trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej:

$$z = x + iy = \sqrt{x^2 + y^2} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + i \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right).$$



Mamy więc

$$\begin{aligned} r &= |z| = \sqrt{x^2 + y^2}, \\ \cos \phi &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \\ \sin \phi &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \end{aligned}$$

i wreszcie

$$z = r (\cos \phi + i \sin \phi).$$

Z poprzednich zajęć znamy już wzór de Moivre'a:

$$z^n = r^n (\cos \phi + i \sin \phi)^n = r^n (\cos (n\phi) + i \sin (n\phi)),$$

który pozwala nam zgadnąć (więcej na zajęciach)

$$\cos \phi + i \sin \phi = e^{i\phi},$$

co prowadzi do wykładniczej postaci liczby zespolonej

$$z = r e^{i\phi}$$

i wzoru

$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$

4.1. Proszę przedstawić poniższe liczby w postaci trygonometrycznej, algebraicznej i wykładniczej.

- a) -6 ,
- b) $2 + 2i$,
- c) $4i$,
- d) $11\sqrt{3} + 11i$,
- e) $-8\sqrt{3} - 8i$,
- f) $-5 + 5\sqrt{3}i$,

4.2. Proszę obliczyć

- a) $(1 - i)^{10}$,
- b) $(\sqrt{3} - i)^{12}$,

4.3. Przedstaw liczbę zespoloną

$$z = \frac{8}{((\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i)((\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i)}$$

w postaci algebraicznej, trygonometrycznej i wykładniczej.