

## Metody ilościowe w naukach technicznych

### Zestaw 5

5.1. Proszę rozwiązać następujące równania macierzowe

a)

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix},$$

b)

$$\hat{\mathbf{X}}^T \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = (4 \ 0 \ 3).$$

5.2. Proszę rozwiązać układ równań macierzowych

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}} + \hat{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\ \hat{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$

5.3. Proszę obliczyć następujące wyznaczniki macierzy

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & a & 0 \\ 1 & 2a & 1 \\ 0 & a & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & b & 2b \end{pmatrix}.$$

5.4. Mając daną macierz  $\hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & 17 & 0 & -5 \end{pmatrix}$  proszę obliczyć  $\det \hat{\mathbf{A}}$  i  $\text{tr}\{\hat{\mathbf{A}}\}$ .

5.5. Proszę obliczyć  $\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  wiedząc, że  $\det \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ a & b & 4 \\ c & d & 3 \end{pmatrix} = 16$ .

5.6. Proszę wykonać wskazane działania

a)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix},$$

b)

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

c)

$$\det \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix},$$

d)

$$\det \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

5.7. Proszę obliczyć macierz odwrotną do

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

używając: a) metody eliminacji Gaussa-Jordana, b) twierdzenia o dopełnieniach algebraicznych macierzy.

5.8. Proszę znaleźć macierz odwrotną  $\hat{\mathbf{A}}^{-1}$  do macierzy

$$A = \begin{pmatrix} 1+i & 1 \\ 1 & 1-i \end{pmatrix}.$$

5.9. Używając trójkowego kodu Hilla proszę odkryć ważną informację:

‘WĄBDS ĄO HTCSÓSS ALŃ ŻŹÓGAĆ ŁOMEUIBRA T TARLĄĄ!’

Literze ‘A’ należy przyporządkować liczbę 0, ‘Ą’ liczbie 1 itd. Dla ułatwienia znaki przestankowe i pauzy nie zostały zaszyfrowane. Polski alfabet zawiera 32 znaki, więc wszystkie rozważania prowadzimy *mod* 32. Tekst jawny ‘BAWMY SIĘ MATEMATYKĄ!’ po zakodowaniu brzmi ‘BAGMÓ ZIP MAIBMAOYEI!’