

## Metody ilościowe w naukach technicznych

### Zestaw 5

5.1. Macierze  $\hat{\mathbf{A}}$  oraz  $\hat{\mathbf{B}}$  są określone w następujący sposób

$$(a) \hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix};$$

$$(b) \hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{B}} = (6 \ 2 \ 0 \ 1);$$

$$(c) \hat{\mathbf{A}} = (1 \ 2 \ 3 \ 4), \hat{\mathbf{B}} = (0 \ 4 \ 6 \ 2);$$

$$(d) \hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Proszę obliczyć  $2\hat{\mathbf{A}} - 3\hat{\mathbf{B}}$ ,  $\hat{\mathbf{A}}^T$ ,  $\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{B}}$ ,  $\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{A}}$ ,  $\hat{\mathbf{A}}^2$  o ile to jest możliwe.

5.2. Dane są macierze

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Pod warunkiem, że istnieje macierz określona przez iloczyn macierzy:  $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}$ , będący wynikiem ich permutacji:  $\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{A}}$ . Proszę wyznaczyć element macierzowy  $x_{34}$  w każdym z możliwych przypadków.

5.3. Proszę znaleźć liczby  $c$  oraz  $d$  będące odpowiednimi elementami macierzy

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ c & d \end{pmatrix}$$

w przypadku, gdy spełnione są następujące warunki: a)  $\hat{\mathbf{A}}^2 = \hat{\mathbf{0}}$ , b)  $\hat{\mathbf{A}}^2 = -\hat{\mathbf{1}}$ .

5.4. Proszę policzyć  $\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}^T$  oraz  $\hat{\mathbf{A}}^T\hat{\mathbf{A}}$ , jeżeli macierz  $\hat{\mathbf{A}}$  ma postać

$$\hat{\mathbf{A}} = (1 \ 2 \ 3).$$

**5.5.** Obrót na płaszczyźnie XY jest reprezentowany przez macierz

$$\hat{\mathbf{A}}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Proszę:

- (a) zaznaczyć na płaszczyźnie XY wektor  $\mathbf{r}_1 = (1, 1)$  oraz wektor  $\mathbf{r}_2$  będący jego obrotem o kąt  $\theta = \pi/4$ , a następnie zweryfikować, że  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{r}_1^T$ .
- (b) sprawdzić czy  $\hat{\mathbf{A}}(\theta_1)\hat{\mathbf{A}}(\theta_2) = \hat{\mathbf{A}}(\theta_1 + \theta_2)$  oraz obliczyć  $\hat{\mathbf{A}}(\theta)\hat{\mathbf{A}}(-\theta)$ . Czy zgadza się to z Waszą geometryczną intuicją?

*Marcin Guzik, Bartłomiej Spisak*