26. 10. 2010

Matematyczne Metody Fizyki
Zestaw 1
ćwiczenia 08. 11. 2010
grupa R1IS3

Zestaw 4

4.1. Wypisz wszystkie podzbiory zbioru $\{\mathrm{up}(u), \mathrm{down}(d), \mathrm{charm}(c)\}$.

4.2. Dane są skończone zbiory liczbowe: $\mathbb{A} = \{1, 2, 3, 4\}$ i $\mathbb{B} = \{3, 4, 5, 6\}$. Wyznacz

- **a.** Sumę zbiorów: $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}$.
- **b.** Iloczyn zbiorów: $\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$.
- **c.** Różnice zbiorów: $\mathbb{A} \setminus \mathbb{B}$.

Czy zbiory $\mathbb{A}$ i $\mathbb{B}$ są rozłączne?

4.3. Narysuj na osi liczbowej zbiory: $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}, \mathbb{A} \cap \mathbb{B}, \mathbb{A} \setminus \mathbb{B}$, jeżeli wiadomo, że

- **a.** $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 4\}, \quad \mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$,
- **b.** $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 1\}, \quad \mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 4\}$.

4.4. Narysuj w układzie współrzędnych zbiory: $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}, \mathbb{A} \cap \mathbb{B}, \mathbb{A} \setminus \mathbb{B}$, jeżeli wiadomo, że

- **a.** $\mathbb{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y - x \leq 0\}, \quad \mathbb{B} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y < 3\}$,
- **b.** $\mathbb{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\}, \quad \mathbb{B} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y < 2\}$.

4.5. Dane są trzy zbiory liczbowe: $\mathbb{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $\mathbb{B} = \{2, 5, 7, 9, 10, 12\}$ oraz $\mathbb{C} = \{4, 6, 7, 8, 11, 12\}$. Sprawdź czy zachodzi równość.

$$\mathbb{A} \setminus (\mathbb{B} \setminus \mathbb{C}) = (\mathbb{A} \setminus \mathbb{B}) \cup (\mathbb{A} \cap \mathbb{C}).$$

4.6. Udowodnij prawo łączności wynikające z definicji iloczynu zbiorów,

$$\mathbb{A} \cap (\mathbb{B} \cap \mathbb{C}) = (\mathbb{A} \cap \mathbb{B}) \cap \mathbb{C},$$

stosując metodę diagramów Venna.

4.7. Dane sa zbiory liczbowe: $\mathbb{A} = \{1, 3, 5\}$ i $\mathbb{B} = \{2, 5, 7, 9\}$. Wypisz wszystkie elementy zbioru:

- **a.** $\mathbb{A} \times \mathbb{B}$,
- **b.** $\mathbb{B} \times \mathbb{A}$,

Czy $\mathbb{A} \times \mathbb{B} = \mathbb{B} \times \mathbb{A}$?

4.8. Dany jest zbiór liczbowy $\mathbb{A} = \{1, 3, 5, 7\}$. Utwórz zbiór potęgowy zbioru $\mathbb{A}$. Jaka jest relacja między mocą zbioru $\mathbb{A}$, a mocą odpowiadającego mu zbioru potęgowego?

4.9. Rozwiąż kongruencje

a. $3x \equiv_5 2$,

b. $7x \equiv_{10} 4$,

c. $4x + 3 \equiv_5 4$,

d. $6x + 3 \equiv_{10} 1$.

UWAGI:

Definicja 1 *Zbiorem potęgowym zbioru $\mathbb{A}$ nazywamy zbiór, którego elementami są wszystkie podzbiory zbioru $\mathbb{A}$.*

Zbiór potęgowy oznaczamy symbolem $\mathcal{P}(\mathbb{A})$ lub $2^{\mathbb{A}}$.

Definicja 2 *Jeżeli zbiór $\mathbb{A}$ jest skończony, to mocą zbioru nazywamy liczbę jego elementów.*

Moc zbioru oznaczamy przez $|\mathbb{A}|$.
Jeśli zbiór $\mathbb{A}$ jest zbiorem skończonym mającym n elementów, to $\mathcal{P}(\mathbb{A})$ ma 2^n elementów.

Twierdzenie 1 (Cantor) *Każdy zbiór ma moc mniejszą niż jego zbiór potęgowy.*

B.J. Spisak