

Matematyczne Metody Fizyki

—
 ćwiczenia 29. 11. 2010
 grupa R1IS3

Zestaw 7

7.1. Oblicz wartości podanych wyrażeń:

- a. $(1 + i)^7$,
 b. $\left(\frac{1 - i}{\sqrt{3} + i}\right)^6$.

7.2. Zapisz liczby zespolone w postaci wykładniczej:

- a. $z = -1$,
 b. $z = -i$,
 c. $z = 1 + i$,
 d. $z = 1 - \sqrt{3}i$.

7.3. Zapisz liczby zespolone w postaci algebraicznej i zaznacz je na płaszczyźnie zespolonej:

- a. $z = \exp[i\pi/2]$,
 b. $z = \exp[i\pi]$,
 c. $z = \exp[-2\pi i/3]$,
 d. $z = \exp[2i]$.

7.4. Oblicz pierwiastki i narysuj je na płaszczyźnie zespolonej:

- a. $\sqrt[3]{-2i}$,
 b. $\sqrt[4]{-8 + 8\sqrt{3}}$,
 c. $\sqrt[6]{1}$.

7.5. Przedstaw za pomocą funkcji wykładniczej (o zespolonym wykładniku) następujące wyrażenia:

- a. $e^x \cos 3x$,
 b. $\operatorname{tg} x$.

7.6. Liczby zespolone $a = u + iv$ oraz $b = x + iy$ reprezentują dwuwymiarowe wektory: $\mathbf{a} = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_y$ oraz $\mathbf{b} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$. Wykaż, że

$$a^*b = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\mathbf{e}_z \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}),$$

gdzie $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ są wersorami.

7.7. Równanie fali świetlnej o częstości kątovej ω ma postać

$$\Psi(x, t) = A \exp[-i\omega(t - x/v)],$$

gdzie A jest amplitudą fali, v jest prędkością rozchodzenia się światła w ośrodku: $v = c/n$, gdzie n - współczynnik załamania światła. Dla niektórych materiałów współczynnik załamania światła można przedstawić w postaci zespolonej, tzn. $n = \alpha + i\beta$. Jaki to ma sens fizyczny?

B.J. Spisak