*29. 11. 2010*

# Matematyczne Metody Fizyki

—

## ćwiczenia 06. 12. 2010
## grupa R1IS3

## Zestaw 8

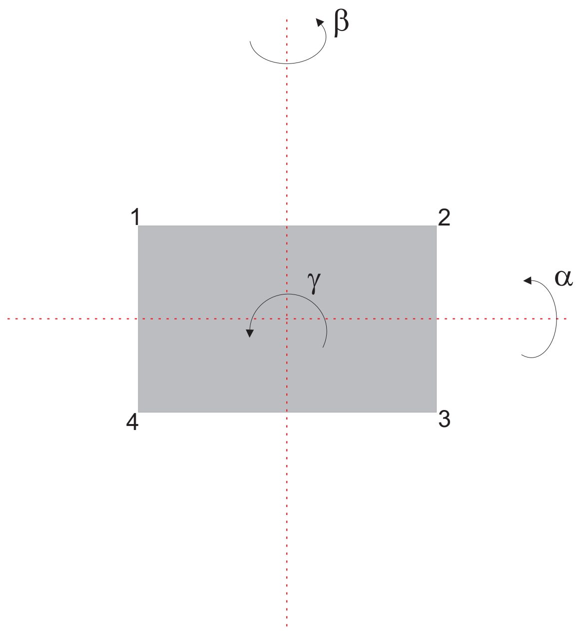
**8.1.** Sprawdź czy podane działania dwuargumentowe:
a. $x\diamondsuit y = 2xy$, b. $x\diamondsuit y = x - y$, c. $x\diamondsuit y = x^2 + y^2$, d. $x\diamondsuit y = x^y$,
są łączne w zbiorze liczb całkowitych.

**8.2.** Wykaż, że zbiór $\mathbb{Z}$ z działaniem $m\diamondsuit n = m+n+mn$ jest monoidem przemiennym.

**8.3.** Sprawdź, czy struktura algebraiczna $(\mathbb{A};\diamondsuit)$ jest grupą:
a. $(\mathbb{R},+)$, b. $(\mathbb{R};\cdot)$, c. $(\mathbb{Z};+)$, d. $(\mathbb{N};\cdot)$, e. $(\{-1,1\};\cdot)$,
gdzie symbole „$+$” oraz „$\cdot$” oznaczają odpowiednio dodawanie i mnożenie.

**8.4.** Znajdź postać wyrażenia $f(x) = ax^2+2bxy+cy^2$ po zmianie zmiennej $x \to x+ky$, a następnie pokaż, że wyznacznik jest niezmiennikiem tego przekształcenia.

**8.5.** Napisz tabelkę działania dla grupy symetrii prostokąta, przyjmując, że $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ są obrotami wokół odpowiednich osi, jak to przedstawiono na rysunku.
Wskazówka:
Zastosuj permutacje do wierzchołków prostokąta.



**8.6.** Sprawdź czy zbiór liczb naturalnych jest pierścieniem ze względu na *zwykłe* działania dodawania i mnożenia liczb.

**8.7.** Sprawdź, czy zbiór liczb rzeczywistych z działaniami: addytywnym $x \Box y = x + y + 1$ oraz multiplikatywnym $x \circ y = x + y + xy$ jest ciałem.

**8.8.** Wykaż, że zbiór $\Omega = \{(x, y) : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ z działaniami:

$$\begin{aligned} (x_i, y_i) \diamondsuit (x_j, y_j) &= (x_i + x_j, y_i + y_j), \\ (x_i, y_i) \circ (x_j, y_j) &= (x_i x_j - y_i y_j, x_i y_j + x_j y_i). \end{aligned}$$

jest ciałem.

*B.J. Spisak*