

Matematyczne Metody Fizyki

ćwiczenia 20. 12. 2010 grupa R1IS3

Zestaw 10

10.1. Oblicz wyznacznik macierzy

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

stosując metodę:

- a) permutacyjną,
- b) Laplace'a.

10.2. Znajdź miejsca zerowe wielomianu

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} x-2 & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix}.$$

10.3. Stosując twierdzenie Cauchy'ego do macierzy

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ -bt & a \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} c & d \\ -dt & c \end{bmatrix}$$

udowodnij tożsamość

$$(a^2 + b^2t)(c^2 + d^2t) = (ac - bdt)^2 + (ad + bc)^2t,$$

gdzie $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

10.4. Znajdź macierz odwrotną do macierzy

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ 1 & 1-i \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

w oparciu o wzór określający macierz odwrotną:

$$\hat{C}^{-1} = \frac{1}{\det \hat{C}} (\hat{C}^D)^T.$$

9.5. Oblicz $\hat{U}(\phi) = \exp[i\phi\mathbf{n} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}/2]$, gdzie $\mathbf{n} = [n_1, n_2, n_3]$ jest wektorem, ϕ jest liczbą rzeczywistą, a $\hat{\sigma}_i$ są macierzami Pauliego.

Wskazówka:

Skorzystać z przedstawienia funkcji wykładniczej oraz trygonometrycznych za pomocą szeregów.

B.J. Spisak