*11. 10. 2009*

# Matematyczne Metody Fizyki
# Zestaw 1
# ćwiczenia 15. 10. 2009
# grupa R1IS3

**1.1.** Dany jest zbiór liczbowy $\mathbb{A} = \{1, 3, 5, 7\}$. Utwórz zbiór potęgowy zbioru $\mathbb{A}$. Jaka jest relacja między mocą zbioru $\mathbb{A}$, a mocą odpowiadającego mu zbioru potęgowego?
Wskazówka: Porównaj uwagi na końcu zestawu.

**1.2.** Udowodnij, korzystając z zasady indukcji, że dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$ prawdziwe sa następujące własności:

a) $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$,

b) $1 + 5 + 9 + \ldots + (4n+1) = (n+1)(2n+1)$,

c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$,

d) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \frac{n}{n+1}$.

**1.3.** Oblicz największy wspólny dzielnik (NWD) liczb $a$ i $b$ oraz najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) następujących par liczb:

a) $a = 560$, $b = 240$,

b) $a = 713$, $b = 253$,

c) $a = 792$, $b = 275$

Dla każdej z powyższych par liczb $a, b$ znaleźć $x, y \in \mathbb{Z}$, dla których

$$\mathrm{NWD}(a, b) = ax + by.$$

Zapisz ułamki $a/b$ w postaci ułamków łańcuchowych.
Wskazówka: Algorytm Euklidesa.

**1.4.** Rozwiąż kongruencje

a. $3x \equiv_5 2$,

b. $7x \equiv_{10} 4$,

c. $4x + 3 \equiv_5 4$,

d. $6x + 3 \equiv_{10} 1$.

**1.5.** Znajdź liczbę dwucyfrową równą podwojonemu iloczynowi swoich cyfr.

**1.6.** Do liczby dwucyfrowej dopisano z prawej strony tę samą liczbę. Ile razy otrzymana liczba jest większa od wyjściowej?

**1.5.** Znajdź wszystkie liczby trzycyfrowe, które są 11 razy większe od sumy swoich cyfr.

**1.7.** Znajdź liczbę trzycyfrową, która jest 7 razy większa od liczby powstałej z niej poprzez wykreślenie środkowej cyfry.

UWAGI:

**Definicja 1** *Zbiorem potęgowym zbioru $\mathbb{A}$ nazywamy zbiór, którego elementami są wszystkie podzbiory zbioru $\mathbb{A}$.*

Zbiór potęgowy oznaczamy symbolem $\mathcal{P}(\mathbb{A})$ lub $2^{\mathbb{A}}$.

**Definicja 2** *Jeżeli zbiór $\mathbb{A}$ jest skończony, to mocą zbioru nazywamy liczbę jego elementów.*

Moc zbioru oznaczamy przez $|\mathbb{A}|$.
Jeśli zbiór $\mathbb{A}$ jest zbiorem skończonym mającym $n$ elementów, to $\mathcal{P}(\mathbb{A})$ ma $2^n$ elementów.

**Twierdzenie 1 (Cantor)** *Każdy zbiór ma moc mniejszą niż jego zbiór potęgowy.*

*B.J. Spisak*