

## Matematyczne Metody Fizyki I

–

### Zestaw 2

- 2.1.** Dane są wektory  $\mathbf{a} = (3, -1, -2)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 2, -1)$ . Proszę znaleźć współrzędne wektora  $(2\mathbf{a} - \mathbf{b}) \times \mathbf{b}$ .
- 2.2.** Proszę sprawdzić czy iloczyn wektorowy wektorów  $\mathbf{a} = (r \sin \omega t, 0, r \cos \omega t)$ ,  $\mathbf{b} = (-r \cos \omega t, 0, r \sin \omega t)$  zmienia się w czasie.
- 2.3.** Proszę uprościć wyrażenia
- (a)  $\hat{\mathbf{e}}_x \times (2\hat{\mathbf{e}}_y - \hat{\mathbf{e}}_z + \hat{\mathbf{e}}_x) + (2\hat{\mathbf{e}}_z + \hat{\mathbf{e}}_y) \times (\hat{\mathbf{e}}_x - 2\hat{\mathbf{e}}_z)$ ,
- (b)  $(3\hat{\mathbf{e}}_x - \hat{\mathbf{e}}_z) \times (2\hat{\mathbf{e}}_x + \hat{\mathbf{e}}_y - 3\hat{\mathbf{e}}_z)$ ,
- gdzie  $\hat{\mathbf{e}}_i$ , ( $i = x, y, z$ ) są wektorami jednostkowymi wzajemnie prostopadłymi i mającymi orientację zgodną z orientacją przestrzeni.
- 2.4.** Wektor  $\mathbf{x}$  spełnia dwa równania:  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{a} = 1$  i  $\mathbf{x} \times \mathbf{a} = \mathbf{b}$ , gdzie  $\mathbf{a}$  i  $\mathbf{b}$  są stałymi wektorami. Proszę rozwiązać te równania ze względu na wektor  $\mathbf{x}$ .
- 2.5.** W punkcie  $\mathcal{A}(3, -1, 5)$  przyłożono siłę  $\mathbf{F} = (2, 5, -4)$ . Proszę wyznaczyć moment tej siły względem punktu  $\mathcal{B}(1, -2, 3)$ .
- 2.6.** Proszę obliczyć objętość komórki elementarnej w kryształach soli kuchennej, która jest wyznaczona przez wektory:  $\mathbf{a} = (l, l, -l)$ ,  $\mathbf{b} = (-l, l, l)$  i  $\mathbf{c} = (l, -l, l)$ .
- 2.7.** Proszę sprawdzić tożsamość:  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ .
- 2.8.** Proszę wyrazić wektor  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  w postaci  $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c}$ , zakładając, że wektory  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  nie są współpłaszczyznowe (koplanarne).
- 2.9.** Cząstka o masie  $m$  i ładunku  $q$  porusza się w polu magnetycznym o indukcji magnetycznej  $\mathbf{B}$  pod wpływem siły Lorentza:  $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ . Proszę pokazać, że prędkość cząstki  $\mathbf{v}$  jest stała.
- 2.10.** Cząstka o masie  $m$  porusza się z prędkością  $\mathbf{v}$  w polu siły  $\mathbf{F} = -f(r)\mathbf{r}$ . Proszę pokazać, że orbitalny moment pędu  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times (m\mathbf{v})$  jest stały.