

Matematyczne Metody Fizyki
Zestaw 2
ćwiczenia 22. 10. 2009
grupa R1IS3

2.1. Niech $\sigma \in \Pi(3)$, gdzie $\Pi(3)$ jest zbiorem wszystkich 3-elementowych permutacji. Wypisz elementy tego zbioru i podaj jego moc.

2.2. Niech $\sigma_i, \sigma_j \in \Pi(3)$. Oblicz:

a. $\sigma_i \circ \sigma_j$,

b. $\sigma_j \circ \sigma_i$.

Czy działanie „ \circ ” jest przemienne?

2.3. Dana jest permutacja $\sigma \in \Pi(9)$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 9 & 6 & 7 & 4 & 1 & 8 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

a. Wyznacz permutację odwrotną σ^{-1} .

b. Oblicz $\sigma \circ \sigma^{-1}$, $\sigma^{-1} \circ \sigma$.

c. Wyraż σ za pomocą cykli rozłącznych.

d. Wyraż σ za pomocą transpozycji.

e. Czy permutacja σ jest parzysta?

2.4. W zbiorze permutacji liczb 1, 2, 3, 4, 5, 6 rozpatrujemy następujące cykle: $\tau_1 = (1364)$, $\tau_2 = (245)$, $\tau_3 = (1246)$. Wyznacz permutację $\tau_2\tau_1\tau_3^{-1}$.

2.5. Oblicz σ^{70} , gdy

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 8 & 3 & 6 & 7 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.6. Rozwiąż równanie

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} X_\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

2.7. Wykonaj podane działania:

- a. $(-2 + 3i) + (7 - 8i)$,
- b. $(4i - 3) - (1 + 10i)$,
- c. $(\sqrt{2} + i)(3 - \sqrt{3}i)$,
- d. $(2 - 3i)/(5 + 4i)$, $(2 + 3i)/(1 + i)$,
- e. zw^* , $(z - w)/(z^* + w^*)$, $(\Re\{z\} + i\Im\{w\})/(z + w)$,
gdzie $z = 5 - 2i$, $w = 3 + 4i$.

2.8. Znajdź:

- a. $\Re\{z^{-1}\}$,
- b. $\Im\{z^*/(z + 1)\}$,
- c. $\Re\{2z/(z - i)\}$,
- d. $\Im\{iz^2/z^*\}$,

gdzie $z = (x, y)$.

2.9. Oblicz moduły dla następujących liczb zespolonych:

- a. $z = 4 + 3i$,
- b. $z = \sqrt{3} - 2i$,
- c. $z = -2 + 5i$,
- d. $z = -3i$.

2.10. Oblicz argumenty dla następujących liczb zespolonych:

- a. $z = 2$,
- b. $z = i$,
- c. $z = 5 + 5i$,
- d. $z = -1 + i$,
- e. $z = 3 - 3i$,
- f. $z = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2.11. Zapisz liczby zespolone w postaci trygonometrycznej:

- a. $z = -\sqrt{5}$,
- b. $z = -6 + 6i$,
- c. $z = -2i$,
- d. $z = \sqrt{3} + i$,
- e. $z = \sin \alpha - i \cos \alpha$.