

## Matematyczne Metody Fizyki I

-

### Zestaw 3

**3.1.** Proszę narysować na osi liczbowej zbiory:  $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}$ ,  $\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$ ,  $\mathbb{A} \setminus \mathbb{B}$ , jeżeli wiadomo, że

a)  $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 4\}$ ,  $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ ,

b)  $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 1\}$ ,  $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 4\}$ .

**3.2.** Proszę narysować w układzie współrzędnych zbiory:  $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}$ ,  $\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$ ,  $\mathbb{A} \setminus \mathbb{B}$ , jeżeli wiadomo, że

a)  $\mathbb{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y - x \leq 0\}$ ,  $\mathbb{B} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y < 3\}$ ,

b)  $\mathbb{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\}$ ,  $\mathbb{B} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y < 2\}$ .

**3.3.** Proszę udowodnić, korzystając z zasady indukcji matematycznej, że dla dowolnego  $n \in \mathbb{N}$  prawdziwe są następujące własności:

a)  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$ ,

b)  $1 + 5 + 9 + \dots + (4n + 1) = (n + 1)(2n + 1)$ ,

c)  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n + 1)^2$ ,

d)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$ ,

e)  $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n = \cos n\varphi + i \sin n\varphi$ , gdzie  $i$  jest jednostką urojoną.

**3.4.** Niech  $\sigma \in \Pi(3)$ , gdzie  $\Pi(3)$  jest zbiorem wszystkich 3-elementowych permutacji. Proszę wypisać elementy tego zbioru i podać jego moc.

**3.5.** Niech  $\sigma_i, \sigma_j \in \Pi(3)$ . Proszę obliczyć:

a)  $\sigma_i \circ \sigma_j$ ,

b)  $\sigma_j \circ \sigma_i$ .

**3.6.** Dana jest permutacja  $\sigma \in \Pi(9)$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 9 & 6 & 7 & 4 & 1 & 8 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Proszę:

a) wyznaczyć permutację odwrotną  $\sigma^{-1}$ ,

b) obliczyć  $\sigma \circ \sigma^{-1}$ ,  $\sigma^{-1} \circ \sigma$ ,

c) wyrazić  $\sigma$  za pomocą cykli rozłącznych,

d) wyrazić  $\sigma$  za pomocą transpozycji,

Czy permutacja  $\sigma$  jest parzysta?

**3.7.** W zbiorze permutacji liczb 1, 2, 3, 4, 5, 6 rozpatrujemy następujące cykle:  $\tau_1 = (1364)$ ,  $\tau_2 = (245)$ ,  $\tau_3 = (1246)$ . Proszę wyznaczyć permutację  $\tau_2\tau_1\tau_3^{-1}$ .

**3.8.** Proszę rozwiązać równanie

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} X_\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

*Bartłomiej Spisak*