

Matematyczne Metody Fizyki
Zestaw 3
ćwiczenia 29. 10. 2009
grupa R1IS3

3.1. Zadania od 2.7 do 2.11 z poprzedniego zestawu.

3.2. Znajdź rozwiązania równań w zbiorze liczb zespolonych:

- a. $x^2 + 4x + 13 = 0$,
- b. $z^2 - z + 1 = 0$,
- c. $z^2 + 3z^* = 0$,
- d. $(z + 1)/(z^* - 1) = -1$.

3.3. Oblicz wartości podanych wyrażeń:

- a. $(1 + i)^7$,
- b. $(\sqrt{3} - i)^{32}$,
- c. $\left(\frac{1 - i}{\sqrt{3} + i}\right)^6$.

3.4. Zapisz liczby zespolone w postaci wykładniczej:

- a. $z = -1$,
- b. $z = -i$,
- c. $z = 1 + i$,
- d. $z = 1 - \sqrt{3}i$.

3.5. Zapisz liczby zespolone w postaci algebraicznej i zaznacz je na płaszczyźnie zespolonej:

- a. $z = \exp[i\pi/2]$,
- b. $z = \exp[i\pi]$,
- c. $z = \exp[-2\pi i/3]$,
- d. $z = \exp[2i]$.

3.6. Oblicz pierwiastki i narysuj je na płaszczyźnie zespolonej:

- a. $\sqrt[3]{-2i}$,
- b. $\sqrt[4]{-8 + 8\sqrt{3}}$,
- c. $\sqrt[6]{1}$.

3.7. Przedstaw za pomocą funkcji wykładniczej (o zespolonym wykładniku) następujące wyrażenia:

a. $e^x \cos 3x$,

b. $\operatorname{tg} x$.

3.8. Liczby zespolone $a = u + iv$ oraz $b = x + iy$ reprezentują dwuwymiarowe wektory: $\mathbf{a} = u\hat{\mathbf{i}} + v\hat{\mathbf{j}}$ oraz $\mathbf{b} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$. Wykaż, że

$$a^*b = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\hat{\mathbf{k}} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}),$$

gdzie $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$ są wersorami.

3.9. Równanie fali świetlnej o częstości kątovej ω ma postać

$$\Psi(x, t) = A \exp[-i\omega(t - x/v)],$$

gdzie A jest amplitudą fali, v jest prędkością rozchodzenia się światła w ośrodku: $v = c/n$, gdzie n - współczynnik załamania światła. Dla niektórych materiałów współczynnik załamania światła można przedstawić w postaci zespolonej, tzn. $n = \alpha + i\beta$. Jaki to ma sens fizyczny?

B.J. Spisak