

Matematyczne Metody Fizyki I

-

Zestaw 5

5.1. Wykonaj wskazane działania

- a) $(2 + i)^6$,
- b) $\sqrt[4]{-1}$,
- c) $s\sqrt{-7 + 24i}$.

5.2. Znajdź na płaszczyźnie zespolonej zbiory liczbowe spełniające warunki:

- a) $|z - 1 - i| < 4$,
- b) $1 < |z - (1 + 2i)| < 4$,
- c) $\arg\{z\} = \pi/3$.

5.3. Korzystając z przedstawienia Eulera liczby zespolonej, udowodnij, że

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta).$$

5.4. Równanie fali świetlnej o częstotliwości kołowej ω ma postać

$$\Psi(x, t) = A \exp[-i\omega(t - x/v)],$$

gdzie A jest amplitudą fali, v jest prędkością rozchodzenia się światła w ośrodku: $v = c/n$, gdzie n - współczynnik załamania światła. Dla niektórych materiałów współczynnik załamania światła można przedstawić w postaci zespolonej, tzn. $n = \alpha + i\beta$. Jaki to ma sens fizyczny?

5.5. Cząstka o masie m porusza się wzdłuż prostej w polu siły harmoniczej $F = -kx$. Równanie ruchu rozpatrywanego układu ma postać

$$m \frac{d^2}{dt^2} x(t) = F$$

Znajdź rozwiązanie ogólne tego równania.

Wskazówka: Poszukiwać rozwiązania w postaci postaci funkcji wykładniczej, tzn. $x(t) = A \exp[\alpha t]$.