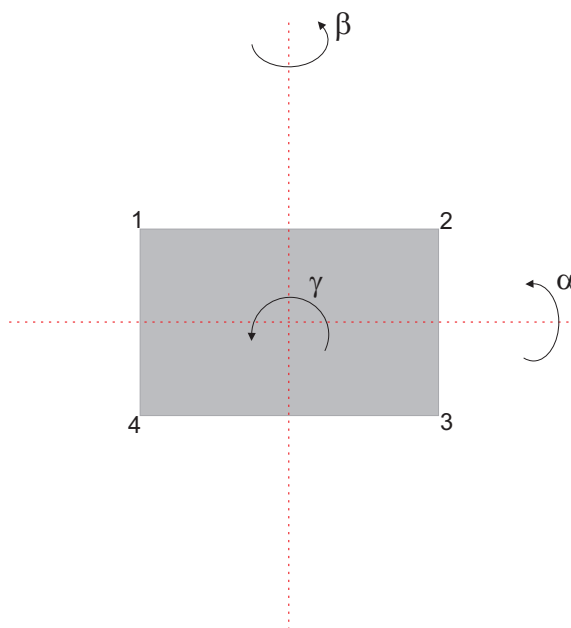


Matematyczne Metody Fizyki I

Zestaw 6

- 6.1.** Sprawdź, czy składanie funkcji jest wewnętrznym działaniem dwuargumentowym w zbiorze funkcji $\{f_1 = x, f_2 = -x, f_3 = 1/x, f_4 = -1/x\}$, przy czym $f_i : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$, dla $i = 1, 2, 3, 4$.
- 6.2.** Sprawdź czy podane działania dwuargumentowe:
 a) $x \diamond y = 2xy$, b) $x \diamond y = x - y$, c) $x \diamond y = x^2 + y^2$, d) $x \diamond y = x^y$,
 są łączne w zbiorze liczb całkowitych.
- 6.3.** Wykaż, że zbiór \mathbb{Z} z działaniem $m \diamond n = m + n + mn$ jest monoidem przemiennym.
- 6.4.** Sprawdź, czy zbiór liczb wymiernych z działaniem $m \diamond n = m + n - 1/3$ jest grupą abelową.
- 6.5.** Napisz tabelkę działania dla grupy symetrii prostokąta, przyjmując, że α , β , γ są obrotami wokół odpowiednich osi, jak to przedstawiono na rysunku.
Wskazówka:
 Zastosuj permutacje do wierzchołków prostokąta.



- 6.6.** Sprawdź, czy zbiór liczb rzeczywistych z działaniami: addytywnym $x \square y = x + y + 1$ oraz multiplikatywnym $x \circ y = x + y + xy$ jest ciałem.

6.7. Wykaż, że zbiór $\Omega = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$ z działaniami:

$$\begin{aligned}(x_i, y_i) \diamond (x_j, y_j) &= (x_i + x_j, y_i + y_j), \\ (x_i, y_i) \circ (x_j, y_j) &= (x_i x_j - y_i y_j, x_i y_j + x_j y_i).\end{aligned}$$

jest ciałem.

Uwaga:

Zadania **6.6** oraz **6.7** są przeznaczone do samodzielnego zrobienia. Prace z rozwiązaniami należy składać u prowadzącego zajęcia w przeciągu jednego tygodnia od zakończenia rozwiązywania zestawu.

Bartłomiej Spisak