26. 11. 2009

Matematyczne Metody Fizyki I
Zestaw 7
ćwiczenia 02. 12. 2007
grupa R1IS3

7.1. Oblicz wyznacznik macierzy

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

stosując metodę:

a) permutacyjną,

b) Laplace'a.

7.2. Znajdź miejsca zerowe wielomianu

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} x-2 & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix}.$$

7.3. Stosując twierdzenie Cauchy'ego do macierzy

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ -bt & a \end{bmatrix}, \qquad \hat{B} = \begin{bmatrix} c & d \\ -dt & c \end{bmatrix}$$

udowodnij tożsamość

$$(a^2 + b^2 t)(c^2 + d^2 t) = (ac - bdt)^2 + (ad + bc)^2 t,$$

gdzie $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

7.4. Znajdź macierz odwrotną do macierzy

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ 1 & 1-i \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

w oparciu o wzór określający macierz odwrotną:

$$\hat{C}^{-1} = \frac{1}{\det \hat{C}} \left(\hat{C}^D\right)^T.$$

7.5. Oblicz $\hat{U}(\phi) = \exp\left[i\phi \mathbf{n} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}/2\right]$, gdzie $\mathbf{n} = [n_1, n_2, n_3]$ jest wersorem, ϕ jest liczbą rzeczywistą, a $\hat{\sigma}_\mathbf{i}$ są macierzami Pauliego.
Wskazówka:
Skorzystać z przedstawienia funkcji wykładniczej oraz trygonometrycznych za pomocą szeregów (por. wykład 5).

B.J. Spisak