*10. 12. 2012*

# Matematyczne Metody Fizyki I

–

## Zestaw 8

**8.1.** Pokaż, że

a. $[\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}^{-1}] = -\hat{\mathbf{B}}^{-1}[\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}]\hat{\mathbf{B}}^{-1}$, zakładając, że $\det \hat{\mathbf{B}} \neq 0$,

b. $\hat{\mathbf{B}} = \left(\hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}\right)^{-1}$, jeżeli wiadomo, że $\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbb{1}}$.

**8.2.** Wykaż, że jeżeli $\hat{\mathbf{A}} \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{K})$ i spełnione jest równanie

$$\hat{\mathbf{A}}^2 + \hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbb{1}} = \hat{\mathbf{0}},$$

to istnieje macierz odwrotna. Znajdź postać tej macierzy.

**8.3.** Stosując metodę operacji elementarnych na wierszach znajdź macierz odwrotną do macierzy

$$\text{a)} \quad \hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \qquad \text{b)} \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 9 \end{bmatrix}.$$

**8.4.** Rozwiąż równanie macierzowe

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 5 \\ 8 & 7 & 9 \\ 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

**8.5.** Zapisz, funkcję $f(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_1x_2 + cx_2^2$ w postaci macierzowej, tzn. $f(x_1, x_2) = \mathbf{x}^T \hat{A}\mathbf{x}$, gdzie $\mathbf{x} = [x_1 \;\; x_2]$.

*Bartłomiej Spisak*