15. 12. 2009

Matematyczne Metody Fizyki I
Zestaw 9
ćwiczenia 17. 12. 2007
grupa R1IS3

9.1. Pokaż, że zbiór

a. wektorów w przestrzeni trójwymiarowej,

b. macierzy kwadratowych stopnia n: $V = M_{n,n}(\mathbb{R})$,

z działaniami dodawania elementów i mnożenia przez skalary należące do ciała $\mathbb{R}$ stanowi przestrzeń wektorową nad ciałem liczb rzeczywistych.

9.2. Sprawdź czy wektor $\mathbf{x}$ jest kombinacją wektorów $\mathbf{f}_i$:

a. $\mathbf{x} = [1, 2]$, $\mathbf{f}_1 = [1, 0]$, $\mathbf{f}_2 = [2, 0]$,

b. $\mathbf{x} = [3, 2, -5]$, $\mathbf{f}_1 = [2, 2, 0]$, $\mathbf{f}_2 = [1, 0, 0]$.

9.3. Zbadaj liniową zależność wektorów:

a. $\mathbf{x}_1 = [1, 2, 3]$, $\mathbf{x}_2 = [2, 3, 1]$, $\mathbf{x}_3 = [4, 4, 5]$,

b. $\mathbf{x}_1 = [2, i, -i]$, $\mathbf{x}_2 = [2i, -1, 1]$, $\mathbf{x}_3 = [1, 2, 3]$.

9.4. Dobierz liczbę a tak, aby wektory: $[1, 2, 3]$, $[0, 3, -1]$, $[2, 5, a]$, były liniowo zależne.

9.5. Sprawdź, czy dane wektory generują przestrzeń liniową $\mathbb{R}^3$:

a. $[1, 3, 5]$, $[1, 4, 7]$, $[3, 8, 17]$,

b. $[1, 2, 2]$, $[5, 1, 3]$, $[9, 0, 4]$.

9.6. Wykaż, że układ wektorów: $\mathbf{f}_1 = [1, 0, 1, 0]$, $\mathbf{f}_2 = [1, 1, 0, 0]$, $\mathbf{f}_3 = [0, 1, 1, 1]$, $\mathbf{f}_4 = [0, 0, 1, 1]$ stanowi bazę w przestrzeni $\mathbb{R}^4$. Wyznacz współrzędne wektora $\mathbf{x} = [2, 0, -1, -2]$ w tej bazie

9.7. Znajdź taką bazę w przestrzeni liniowej $\mathbb{R}^2$, w której wektory $[7, 1]$ i $[10, 2]$ mają pary współrzędnych odpowiednio $[7, -4]$ i $[9, -5]$.

9.8. Zbadaj, czy w przestrzeni liniowej macierzy kwadratowych następujące *wektory* są liniowo niezależne:

a. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix};$

b. $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}.$

B.J. Spisak