

Matematyczne Metody Fizyki I
grupa: fizyka medyczna

Zestaw 8

8.1. Dana jest macierz

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 2 + 3i & 1 - i & 5i \\ 1 + i & 6 - i & 1 + 3i \\ 5 - 6i & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Proszę rozłożyć macierz $\hat{\mathbf{A}}$ na składową hermitowską i antyhermitowską.

8.2. Proszę sprawdzić, dla jakich wartości x macierz

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 4 & x + 2 \\ 2x - 3 & x + 1 \end{bmatrix}$$

jest symetryczna?

8.3. Proszę obliczyć wartość wielomianu

$$f(\hat{\mathbf{X}}) = \hat{\mathbf{X}}^3 - 2\hat{\mathbf{X}}^2 + \hat{\mathbf{I}},$$

gdzie $\hat{\mathbf{I}}$ jest macierzą jednostkową, natomiast macierz $\hat{\mathbf{X}}$ ma postać

$$\hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

8.4. Proszę znaleźć macierz odwrotną do macierzy

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

stosując metodę operacji elementarnych.

8.5. Proszę rozwiązać równanie macierzowe

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 5 \\ 8 & 7 & 9 \\ 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

8.6. Proszę obliczyć wyznacznik macierzy

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

stosując metodę:

- a) permutacyjną,
- b) Laplace'a.

8.7. Proszę znaleźć miejsca zerowe wielomianu

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} x-2 & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix}.$$

8.8. Proszę znaleźć macierz odwrotną do macierzy:

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ 1 & 1-i \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

metodą dopełnień algebraicznych.