04. 01. 2016

Matematyczne Metody Fizyki I
grupa: fizyka medyczna

Zestaw 9

9.1. Proszę znaleźć wielomian $W(x)$ stopnia co najwyżej drugiego spełniający następujące warunki:$f(1) = 5$, $f(2) = 10$, $f(3) = 17$.

9.2. Proszę zapisać poniższe układy równań w postaci macierzowej oraz wektorowej

a)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 - 2x_2 = 0 \\ - x_2 - x_3 = 4, \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 4 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 9x_4 = -9, \end{cases}$$

a następnie rozwiązać je, stosując wzory Cramera i metodę Gaussa-Jordana. Która z tych metod jest bardziej efektywna?

9.3. Proszę zastosować twierdzenie Kroneckera-Capellego do rozwiązania układu równań

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

9.4. Proszę znaleźć współczynniki x_1, x_2, x_3, x_4 dla następującej reakcji chemicznej

$$[x_1]C_3H_8 + [x_2]O_2 \to [x_3]CO_2 + [x_4]H_2O.$$

Wskazówka:
Rozwiązania utworzonego układu równań należy poszukiwać w zbiorze $\mathbb{N}$.

9.5. Proszę dobrać liczbę a tak, aby wektory: $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{x}_2 = (0, 3, -1)$, $\mathbf{x}_3 = (2, 5, a)$ były liniowo zależne.

9.6. Proszę sprawdzić, które ze zbiorów wektorów:

a) $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{x}_2 = (2, 3, 1)$, $\mathbf{x}_3 = (4, 4, 5)$,
b) $\mathbf{x}_1 = (2, i, -i)$, $\mathbf{x}_2 = (2i, -1, 1)$, $\mathbf{x}_3 = (1, 2, 3)$,
c) $\mathbf{x}_1 = (1, 3, 5)$, $\mathbf{x}_2 = (1, 4, 7)$, $\mathbf{x}_3 = (3, 8, 17)$,
d) $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 2)$, $\mathbf{x}_2 = (5, 1, 3)$, $\mathbf{x}_3 = (9, 0, 4)$

są liniowo zależne, a które są liniowo niezależne.

9.7. Proszę sprawdzić, który ze zbiorów wektorów:

a) $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{x}_2 = (4, 5, 6)$ i $\mathbf{x}_3 = (2, 1, 0)$,
b) $\mathbf{x}_1 = (1, 0, 0)$, $\mathbf{x}_2 = (0, 1, 0)$ i $\mathbf{x}_3 = (3, 0, 1)$

może tworzyć bazę w przestrzeni liniowej $V(\mathbb{R})$ takiej, że $\dim V(\mathbb{R}) = 3$. Proszę znaleźć współrzędne wektora $\mathbf{x} = (1, 1, 1)$ względem bazy.

Bartłomiej Spisak