

## Matematyczne Metody Fizyki I grupa: fizyka medyczna

### Zestaw 9

**9.1.** Proszę znaleźć wielomian  $W(x)$  stopnia co najwyżej drugiego spełniający następujące warunki:  $f(1) = 5$ ,  $f(2) = 10$ ,  $f(3) = 17$ .

**9.2.** Proszę zapisać poniższe układy równań w postaci macierzowej oraz wektorowej

a)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 - 2x_2 = 0 \\ -x_2 - x_3 = 4, \end{cases}$$

b)

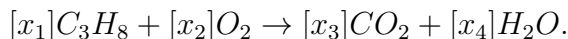
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 4 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 9x_4 = -9, \end{cases}$$

a następnie rozwiązać je, stosując wzory Cramera i metodę Gaussa-Jordana. Która z tych metod jest bardziej efektywna?

**9.3.** Proszę zastosować twierdzenie Kroneckera-Capellego do rozwiązania układu równań

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

**9.4.** Proszę znaleźć współczynniki  $x_1, x_2, x_3, x_4$  dla następującej reakcji chemicznej



Wskazówka:

Rozwiązania utworzonego układu równań należy poszukiwać w zbiorze  $\mathbb{N}$ .

**9.5.** Proszę dobrać liczbę  $a$  tak, aby wektory:  $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 3)$ ,  $\mathbf{x}_2 = (0, 3, -1)$ ,  $\mathbf{x}_3 = (2, 5, a)$  były liniowo zależne.

**9.6.** Proszę sprawdzić, które ze zbiorów wektorów:

a)  $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 3)$ ,  $\mathbf{x}_2 = (2, 3, 1)$ ,  $\mathbf{x}_3 = (4, 4, 5)$ ,

b)  $\mathbf{x}_1 = (2, i, -i)$ ,  $\mathbf{x}_2 = (2i, -1, 1)$ ,  $\mathbf{x}_3 = (1, 2, 3)$ ,

c)  $\mathbf{x}_1 = (1, 3, 5)$ ,  $\mathbf{x}_2 = (1, 4, 7)$ ,  $\mathbf{x}_3 = (3, 8, 17)$ ,

d)  $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 2)$ ,  $\mathbf{x}_2 = (5, 1, 3)$ ,  $\mathbf{x}_3 = (9, 0, 4)$

są liniowo zależne, a które są liniowo niezależne.

**9.7.** Proszę sprawdzić, który ze zbiorów wektorów:

a)  $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 3)$ ,  $\mathbf{x}_2 = (4, 5, 6)$  i  $\mathbf{x}_3 = (2, 1, 0)$ ,

b)  $\mathbf{x}_1 = (1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{x}_2 = (0, 1, 0)$  i  $\mathbf{x}_3 = (3, 0, 1)$

może tworzyć bazę w przestrzeni liniowej  $V(\mathbb{R})$  takiej, że  $\dim V(\mathbb{R}) = 3$ . Proszę znaleźć współrzędne wektora  $\mathbf{x} = (1, 1, 1)$  względem bazy.

**9.8.** Proszę wykazać, że zbiór wektorów w przestrzeni trójwymiarowej z działaniami dodawania wektorów:

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = (x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3$$

i mnożenia przez liczbę:

$$\alpha \mathbf{x} = \alpha(x_1, x_2, x_3) = (\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3), \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

jest przestrzenią liniową nad ciałem liczb rzeczywistych.

*Bartłomiej Spisak*