

Matematyczne Metody Fizyki I grupa: fizyka medyczna

Zestaw 9

9.1. Proszę znaleźć wielomian $W(x)$ stopnia co najwyżej drugiego spełniający następujące warunki: $f(1) = 5$, $f(2) = 10$, $f(3) = 17$.

9.2. Proszę zapisać poniższe układy równań w postaci macierzowej oraz wektorowej

a)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 - 2x_2 = 0 \\ -x_2 - x_3 = 4, \end{cases}$$

b)

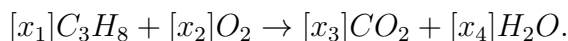
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 4 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 9x_4 = -9, \end{cases}$$

a następnie rozwiązać je, stosując wzory Cramera i metodę Gaussa-Jordana. Która z tych metod jest bardziej efektywna?

9.3. Proszę zastosować twierdzenie Kroneckera-Capellego do rozwiązania układu równań

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

9.4. Proszę znaleźć współczynniki x_1, x_2, x_3, x_4 dla następującej reakcji chemicznej



Wskazówka:

Rozwiązania utworzonego układu równań należy poszukiwać w zbiorze \mathbb{N} .

9.5. Proszę dobrać liczbę a tak, aby wektory: $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{x}_2 = (0, 3, -1)$, $\mathbf{x}_3 = (2, 5, a)$ były liniowo zależne.

9.6. Proszę sprawdzić, które ze zbiorów wektorów:

a) $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{x}_2 = (2, 3, 1)$, $\mathbf{x}_3 = (4, 4, 5)$,

b) $\mathbf{x}_1 = (2, i, -i)$, $\mathbf{x}_2 = (2i, -1, 1)$, $\mathbf{x}_3 = (1, 2, 3)$,

c) $\mathbf{x}_1 = (1, 3, 5)$, $\mathbf{x}_2 = (1, 4, 7)$, $\mathbf{x}_3 = (3, 8, 17)$,

d) $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 2)$, $\mathbf{x}_2 = (5, 1, 3)$, $\mathbf{x}_3 = (9, 0, 4)$

są liniowo zależne, a które są liniowo niezależne.

9.7. Proszę sprawdzić, który ze zbiorów wektorów:

a) $\mathbf{x}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{x}_2 = (4, 5, 6)$ i $\mathbf{x}_3 = (2, 1, 0)$,

b) $\mathbf{x}_1 = (1, 0, 0)$, $\mathbf{x}_2 = (0, 1, 0)$ i $\mathbf{x}_3 = (3, 0, 1)$

może tworzyć bazę w przestrzeni liniowej $V(\mathbb{R})$ takiej, że $\dim V(\mathbb{R}) = 3$. Proszę znaleźć współrzędne wektora $\mathbf{x} = (1, 1, 1)$ względem bazy.

9.8. Proszę wykazać, że zbiór wektorów w przestrzeni trójwymiarowej z działaniami dodawania wektorów:

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = (x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3$$

i mnożenia przez liczbę:

$$\alpha \mathbf{x} = \alpha(x_1, x_2, x_3) = (\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3), \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

jest przestrzenią liniową nad ciałem liczb rzeczywistych.

Bartłomiej Spisak