06. 01. 2010

Matematyczne Metody Fizyki I
Zestaw 10
do samodzielnego rozwiązania
grupa R1IS3

10.1. Sprawdź, liniowość podanych przekształceń.

a. $T : [x_1, x_2] \longrightarrow [3x_1 + 4x_2, 5x_1 - x_2]$,

b. $T : [x_1, x_2, x_3] \longrightarrow [x_1 + 5x_2 + 2x_3, 2x_2 - 3x_3]$.

10.2. Dane są przekształcenia liniowe: $T_1 : [x_1, x_2, x_3] \longrightarrow [2x_1 - x_2, 3x_1 + x_2 - x_3, x_1 + x_2 + x_3]$ oraz $T_2 : [x_1, x_2, x_3] \longrightarrow [2x_1 + x_2 - x_3, x_1 + 2x_2 - x_3, x_1 - x_3]$. Znajdź złożenia:

a. $(T_1 \circ T_2)[x_1, x_2, x_3]$,

b. $(T_2 \circ T_1)[x_1, x_2, x_3]$.

10.3. Znaleźć po jednej bazie jądra i obrazu przekształcenia liniowego $T : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, którego wartość w dowolnym punkcie $[x_1, x_2, x_3] \in \mathbb{R}^3$ jest równa:

a. $[x_1 + 2x_2 + 4x_3, 3x_1 + x_2 + 7x_3, 2_1 + 5x_2 + 9x_3, 6x_2 + 6x_3]$,

b. $[x_1 - x_2 + x_3, 2x_1 - x_2 + 2x_3, 3x_1 - x_2 + 4x_3, 4x_1 - 2x_2]$.

10.4. Wyznaczyć macierz przekształcenia liniowego $T : V \longrightarrow V'$ określonego wzorem:

a. $T : [x_1, x_2, x_3] \longrightarrow [4x_1 + 5x_2 + 6x_3, x_1 + 7x_2 + 8x_3]$,

b. $T : [x_1, x_2, x_3] \longrightarrow [x_1 + x_3, 9x_1 - 2x_2]$.

10.5. Przekształcenie liniowe $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ określone jest wzorem $T([x_1, x_2, x_3]) = [x_1 + x_2, x_1 + 2x_2 - x_3]$. Wyznacz macierz tego przekształcenia liniowego w bazach $\mathcal{B}$ i $\mathcal{B}'$. Bazy składają się z wektorów: $\mathcal{B} = ([2, -1, 0], [1, 3, 2], [0, 4, 1])$ oraz $\mathcal{B}' = ([1, 0], [0, 1])$.

10.6. Znajdź macierz przejścia od bazy $\mathcal{B}$ do bazy $\mathcal{B}'$, jeżeli $\mathcal{B} = ([1, 2, 3], [1, 3, 4], [1, 5, 7])$, a $\mathcal{B}' = ([2, 3, 4], [4, 4, 5], [6, 3, 4])$.

B.J. Spisak