10. 01. 2013

Matematyczne Metody Fizyki I

–

Zestaw 11

11.1. Pokaż, że zbiór wektorów w przestrzeni trójwymiarowej z działaniami dodawania elementów i mnożenia przez skalary należące do ciała $\mathbb{R}$ stanowi przestrzeń liniową nad ciałem liczb rzeczywistych.

11.2. Sprawdź czy wektor $\mathbf{x} = [1, 2]$ jest kombinacją wektorów $\mathbf{f}_1 = [1, 0]$, $\mathbf{f}_2 = [2, 0]$.

11.3. Zbadaj liniową zależność wektorów:

a. $\mathbf{x}_1 = [1, 2, 3]$, $\mathbf{x}_2 = [2, 3, 1]$, $\mathbf{x}_3 = [4, 4, 5]$,

b. $\mathbf{x}_1 = [2, i, -i]$, $\mathbf{x}_2 = [2i, -1, 1]$, $\mathbf{x}_3 = [1, 2, 3]$.

11.4. Dobierz liczbę a tak, aby wektory: $[1, 2, 3]$, $[0, 3, -1]$, $[2, 5, a]$, były liniowo zależne.

11.5. Sprawdź, czy dane wektory generują przestrzeń liniową $V(\mathbb{R})$, $\dim V(\mathbb{R}) = 3$:

a. $[1, 3, 5]$, $[1, 4, 7]$, $[3, 8, 17]$,

b. $[1, 2, 2]$, $[5, 1, 3]$, $[9, 0, 4]$.

11.6. Wykaż, że układ wektorów: $\mathbf{f}_1 = [1, 0, 1, 0]$, $\mathbf{f}_2 = [1, 1, 0, 0]$, $\mathbf{f}_3 = [0, 1, 1, 1]$, $\mathbf{f}_4 = [0, 0, 1, 1]$ stanowi bazę w przestrzeni $V(\mathbb{R})$, $\dim V(\mathbb{R}) = 4$. Wyznacz współrzędne wektora $\mathbf{x} = [2, 0, -1, -2]$ w tej bazie.

11.7. Znajdź taką bazę w przestrzeni liniowej $V(\mathbb{R})$, $\dim V(\mathbb{R}) = 2$, w której wektory $[7, 1]$ i $[10, 2]$ mają pary współrzędnych odpowiednio $[7, -4]$ i $[9, -5]$.

Bartłomiej Spisak