14. 01. 2013

Matematyczne Metody Fizyki I

—

Zestaw 12

12.1. Sprawdź liniowość podanych przekształceń:

a) $\mathcal{T} : [x_1, x_2] \longrightarrow [3x_1 + 4x_2, 5x_1 - x_2]$,

b) $\mathcal{T} : [x_1, x_2, x_3] \longrightarrow [x_1 + 5x_2 + 2x_3, 2x_2 - 3x_3]$.

12.2. Znajdź po jednej bazie jądra i obrazu przekształcenia liniowego $\mathcal{T} : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, którego wartość w dowolnym punkcie $[x_1, x_2, x_3] \in \mathbb{R}^3$ jest równa:

a) $[x_1 + 2x_2 + 4x_3, 3x_1 + x_2 + 7x_3, 2_1 + 5x_2 + 9x_3, 6x_2 + 6x_3]$,

b) $[x_1 - x_2 + x_3, 2x_1 - x_2 + 2x_3, 3x_1 - x_2 + 4x_3, 4x_1 - 2x_2]$.

12.3. Wyznacz macierz przekształcenia liniowego $\mathcal{T} : V \longrightarrow V'$ określonego wzorem:

a) $\mathcal{T} : [x_1, x_2, x_3] \longrightarrow [4x_1 + 5x_2 + 6x_3, x_1 + 7x_2 + 8x_3]$,

b) $\mathcal{T} : [x_1, x_2, x_3] \longrightarrow [x_1 + x_3, 9x_1 - 2x_2]$.

12.4. Przekształcenie liniowe $\mathcal{T} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ określone jest wzorem

$$\mathcal{T}([x_1, x_2, x_3]) = [x_1 + x_2, x_1 + 2x_2 - x_3].$$

Wyznacz macierz tego przekształcenia liniowego w bazach $\mathcal{B}$ i $\mathcal{B}'$. Bazy składają się z wektorów: $\mathcal{B} = ([2, -1, 0], [1, 3, 2], [0, 4, 1])$ oraz $\mathcal{B}' = ([1, 0], [0, 1])$.

12.5. Znajdź wartości i wektory własne podanych macierzy:

a) $\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, b) $\hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$, c) $\hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 \\ 2 & 2-i \end{bmatrix}$.

Bartłomiej Spisak