

Matematyczne Metody Fizyki I
grupa: fizyka medyczna

Zestaw 5

5.1. Proszę wykonać podane działania, a uzyskany wynik zapisać w postaci algebraicznej

- a) $(-2 + 3i) + (7 - 8i), (4i - 3) - (1 + 10i),$
- b) $(\sqrt{2} + i)(3 - \sqrt{3}i),$
- c) $(2 - 3i)/(5 + 4i), (2 + 3i)/(1 + i),$
- d) $zw^*, (z - w)/(z^* + w^*), (\Re\{z\} + i\Im\{w\})/(z + w^*),$
gdzie $z = 5 - 2i, w = 3 + 4i.$

5.2. Proszę wyznaczyć liczby rzeczywiste x i y , takie że

- a) $(4 - 2i)x - 2i(x - iy) = 2 - 8i,$
- b) $xi(x + 3y) = (3x + 4i)(1 + iy),$
- c) $(x + y) + i(x - y) = (2 + 5i)^2 + i(2 - 3i),$
- d) $(2 + 3i)x^2 + (2 + i)x + (4 - 3i)y = 8 + 17i.$

5.3. Proszę wyznaczyć część rzeczywistą lub część urojoną

- a) $\Re\{z^{-1}\},$
- b) $\Im\{z^*/(z + 1)\},$
- c) $\Im\{2z/(z - i)\},$
- d) $\Im\{iz^2/z^*\},$

gdzie $z = (x, y).$

5.4. Proszę wyznaczyć moduły z następujących liczb zespolonych

- a) $z = 4 + 3i, z = \sqrt{3} - 2i, z = -2 + 5i, z = -3i,$
- b) $\frac{(1-3i)(1+3i)}{(1+i\sqrt{3})(1-i\sqrt{3})}, \left(\frac{2-i}{2+i\sqrt{6}}\right)^6.$

5.5. Proszę uporządkować liczby zespolone z_1, z_2, z_3 według rosnących modułów

$$z_1 = \frac{1}{2 - i}, \quad z_2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 - i}}, \quad z_3 = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 - i}}}.$$

5.6. Proszę rozwiązać równania w zbiorze liczb zespolonych:

a) $x^2 + 4x + 13 = 0$,

b) $z^2 - z + 1 = 0$,

c) $z^2 + 3z^* = 0$,

d) $(z + 1)/(z^* - 1) = -1$.

5.7. Proszę narysować zbiory liczbowe spełniające warunki:

a) $|z - 1 - i| < 4$,

b) $1 < |z - (1 + 2i)| < 4$,

c) $|z - 1| \leq \Im\{z\} + 2$,

d) $\Re\{z + iz\} = 1$,

e) $\Im\left\{\frac{2+2i}{z}\right\} = 1$.

Bartłomiej Spisak