

Matematyczne metody fizyki II

Zestaw 1

1.0 Proszę obliczyć

- (a) $\ln -1$,
- (b) $\ln i$,
- (c) i^i ,
- (d) $(1 + i)^i$.

1.1 Proszę znaleźć górne ograniczenie na moduł z wyrażenia $3z^2 + 2z + 1$ pod warunkiem, że $|z| = 1$.

1.2 Proszę znaleźć górne ograniczenie na odwrotność modułu z wyrażenia $z^4 - 5z^2 + 6$ pod warunkiem, że $|z| = 2$.

1.3 Proszę zbadać, które z następujących granic istnieją

- (a) $\lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^*) / (1 - z)$,
- (b) $\lim_{z \rightarrow 1} z / (1 + z^*)$,
- (c) $\lim_{z \rightarrow 0} [(z^*)^2 - z^2] / z$.

1.4 Proszę wyznaczyć część rzeczywistą i część urojoną funkcji zespolonej

- (a) $f(z) = [(2 - i)z^2] / 2$,
- (b) $f(z) = (1 + z) / (1 - z)$,
- (c) $f = ch(z)$,
- (d) $f(z) = tg(z)$,
- (e) $f(z) = e^z$.

1.5 Proszę sprawdzić ciągłość funkcji zespolonej $f(z)$ w zbiorze liczb zespolonych

- (a) $f(z) = e^{1/z}$,
- (b) $f(z) = [z/z^* - z/z] / (2i)$,
- (c) $f(z) = (1 + z) / (1 - z)$.

1.6 Proszę znaleźć zbiór punktów Ω na płaszczyźnie w , na który funkcja $w = f(z)$ przekształca zbiór punktów spełniających warunki

- (a) $f(z) = 3z$, $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : 2 \leq \Re\{z\} < 3\}$,
- (b) $f(z) = iz + 4$, $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : -1 \leq \Im\{z\} < 2\}$,
- (c) $f(z) = z + 2 - i$, $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$,
- (d) $f(z) = z^2$, $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z| \leq 2 \text{ i } \pi/4 \leq \arg\{z\} \leq 3\pi/4\}$,
- (e) $f(z) = e^z$, $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \Re(z) \leq 1\}$.