

Matematyczne metody fizyki 2

Zestaw 2

2.1. Proszę sprawdzić analityczność na płaszczyźnie zespolonej następujących funkcji zespolonych zmiennej zespolonej: (a) $f(z) = \sin z$, (b) $f(z) = e^z$, (c) $f(z) = z^2$, (d) $f(z) = z^{-1}$, (e) $f(z) = zz^*$.

2.2. Proszę pokazać, że:

$$\int_{C_1} dz z^* = -\pi i,$$

gdzie C_1 jest półokręgiem od -1 do 1 ,

natomiast, gdy C_2 jest krzywą łamaną o wierzchołkach: $(-1, 0)$, $(-1, i)$, $(1, i)$, $(1, 0)$, to

$$\int_{C_2} dz z^* = -4i.$$

Oba kontury są skierowane zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

2.3. Proszę obliczyć wartość całki:

$$\int_C dz z^2,$$

gdzie C jest jednostkowym kwadratem o wierzchołkach: $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$ na płaszczyźnie zespolonej.