

Matematyczne metody fizyki 3

Zestaw 3

- 3.1. Proszę znaleźć funkcję analityczną $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ wiedząc, że jej część urojona ma postać

$$v(x, y) = 2xy + 3x,$$

przy czym funkcja $f(z)$ spełnia dodatkowy warunek $f(i) = 0$. Czy uzyskana funkcja jest harmoniczna?

- 3.2. Proszę obliczyć całki Fresnela

$$\int_0^{\infty} dx \cos x^2 \quad \text{oraz} \quad \int_0^{\infty} dx \sin x^2,$$

wykorzystując *całkę Poissona*, tzn.

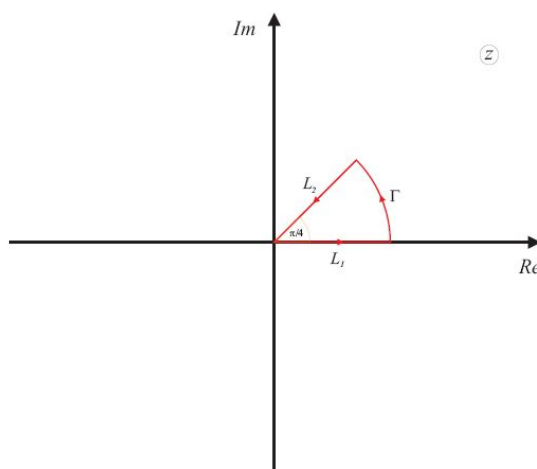
$$\int_0^{\infty} dx e^{-x^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2},$$

Wskazówka:

W celu obliczenia całek Fresnela, wprowadzić funkcję pomocniczą

$$f(z) = e^{iz^2},$$

oraz przyjąć kontur całkowania, taki jak przedstawiono na rys. 1.



Rysunek 1: Kontur całkowania $C = L_1 \cup \Gamma \cup L_2$.