

# Matematyczne metody fizyki 3

## Zestaw 2

2.1. Proszę znaleźć rozwinięcie funkcji określonych na przedziale  $(0, \pi]$ :

a)  $f(x) = 1,$

b)  $f(x) = x,$

c)  $f(x) = x^2,$

w sinusowy i cosinusowy szereg Fouriera.

2.2. W niektórych zagadnieniach wygodnie jest aproksymować  $\sin(\pi x)$  na przedziale  $[0, 1]$  przez parabolę  $ax(1-x)$ , gdzie  $a$  jest pewna stałą. Aby mieć lepsze *wyczucie* do stosowania takiego przybliżenia, proszę rozwinąć funkcję

$$f(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 4x(1+x), & -1 \leq x \leq 0, \end{cases}$$

w sinusowy szereg Fouriera

2.3. Proszę wyznaczyć transformatę Fouriera z funkcji

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

2.4. Proszę wyznaczyć transformatę Fouriera z funkcji

$$f(x) = \begin{cases} \pi - |x|, & |x| \leq \pi \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

2.5. Proszę wykazać, że iloczyn skalarny dwóch funkcji jest równy iloczynowi skalarnemu ich transformat Fouriera.

2.6. Proszę wykazać, że transformata Fouriera ze splotu dwóch funkcji jest równa iloczynowi ich transformat Fouriera.