17. 05. 2018

Matematyczne metody fizyki 3

Zestaw 2

2.1. W niektórych zagadnieniach wygodnie jest aproksymować $\sin(\pi x)$ na przedziale $[0, 1]$ przez parabolę $ax(1-x)$, gdzie a jest pewna stałą. Aby mieć lepsze *wyczucie* do stosowania takiego przybliżenia, proszę rozwinąć funkcję

$$f(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ 4x(1+x), & -1 \leqslant x \leqslant 0, \end{cases}$$

w sinusowy szereg Fouriera

2.2. Trójkątny impuls symetryczny o określonej wysokości i szerokości jest opisany funkcją

$$f(x) = \begin{cases} a(1-x/b), & 0 \leqslant |x| \leqslant b \\ 0, & b \leqslant |x| \leqslant \pi, \end{cases}$$

Proszę pokazać, że współczynniki fourierowskie wynoszą odpowiednio,

$$a_0 = \frac{ab}{\pi}, \qquad a_n = \frac{2ab}{\pi}\left(1 - \cos nb\right)/(nb)^2$$

2.3. Proszę rozwinąć Deltę Diraca w szereg Fouriera.

2.4. Proszę wykazać, że iloczyn skalarny dwóch funkcji jest równy iloczynowi skalarnemu ich transformat Fouriera.

2.5. Proszę wykazać, że transformata Fouriera ze splotu dwóch funkcji jest równa iloczynowi ich transformat Fouriera.

Bartłomiej Spisak