

Matematyczne metody fizyki 3

Zestaw 5

5.1. Na powierzchni powłoki kulistej o promieniu a utrzymywany jest potencjał $V_0(\vartheta)$. Proszę znaleźć potencjał

- a) wewnątrz powłoki kulistej,
- b) na zewnątrz powłoki kulistej.

5.2. Proszę znaleźć rozkład temperatury w kuli o promieniu R , jeżeli wiadomo, że $T(\mathbf{r})$ spełnia równanie Laplace'a

$$\nabla^2 T(\mathbf{r}) = 0.$$

Temperatura na powierzchni kuli wynosi

$$T(R, \vartheta, \varphi) = T_0 \sin^2 \vartheta \sin 2\varphi,$$

gdzie r, ϑ, φ są współrzędnymi sferycznymi.

5.3. Naładowaną kulę o promieniu a umieszczono w jednorodnym zewnętrznym polu elektrycznym o natężeniu $\mathbf{E} = E_0 \hat{\mathbf{k}}$, gdzie $\hat{\mathbf{k}}$ jest wektorem wzdłuż osi Oz . Pod wpływem pola w kuli powstanie ładunek indukowany, który zmieni pole w pobliżu kuli. Proszę znaleźć potencjał na zewnątrz kuli. Warunki brzegowe mają postać:

$$V(a) = 0,$$

$$V(r) \longrightarrow -E_0 r \cos \vartheta, \text{ dla } r \gg a.$$