

# Matematyczne metody fizyki 3

## Zestaw 6

- 6.1. Proszę wyznaczyć potencjał  $V(r, z)$  pola elektrostatycznego wewnątrz cylindra. Potencjały podstaw  $z = 0$  i  $z = l$  są równe zeru, a potencjał powierzchni bocznej  $r = a$  wynosi  $V_0 > 0$ .

Wskazówka:

Ogólne rozwiązanie równania radialnego to kombinacja liniowa funkcji:  $I_0(kr)$  i  $K_0(kr)$ , gdzie  $I_0(kr)$  – zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju zerowego rzędu,  $K_0(kr)$  – zmodyfikowana funkcja Bessela drugiego rodzaju zerowego rzędu.

- 6.2. Membrana (krążek z gumy o promieniu  $a$ ) wykonuje drgania; brzeg ( $r = a$ ) pozostaje unieruchomiony. Proszę znaleźć częstości własne drgań.

Jak zmieni się sytuacja jeżeli w środku membrany wycięty jest kołowy otwór o promieniu  $a_0$ ?

Wskazówka:

Ogólne rozwiązanie równania Bessela to kombinacja liniowa funkcji:  $J_m(kx)$  i  $Y_m(kx)$ . Funkcja  $Y_m(kx)$  zachowuje się podobnie jak  $J_m(kx)$  dla dużych wartości argumentu, natomiast w zerze  $\lim_{kx \rightarrow 0} Y_m(kx) = \infty$ .

- 6.3. Płaski krążek o promieniu  $a$  leży w płaszczyźnie  $x - y$  i  $z = 0$ . Potencjał krążka wynosi  $V_0$ , natomiast reszta płaszczyzny  $z = 0$  ma potencjał  $V = 0$ . Proszę znaleźć potencjał dla  $z > 0$ .