

Mechanika kwantowa

Zestaw 5

- 5.1. Niech hamiltonian układu zależy od zewnętrznego parametru λ , tzn. $\hat{H} = \hat{H}(\lambda)$. Proszę wykazać, że wartość oczekiwana z pochodnej tego hamiltonianu po parametrze λ w stanie własnym $|\phi_n; \lambda\rangle$ wynosi

$$\langle \phi_n; \lambda | \frac{d}{d\lambda} \hat{H}(\lambda) | \phi_n; \lambda \rangle = \frac{dE_n(\lambda)}{d\lambda}.$$

- 5.2. Proszę znaleźć ewolucję czasową stanu $|\psi(t)\rangle$, jeżeli hamiltonian układu ma postać

$$\hat{H} = \epsilon \hat{P},$$

gdzie \hat{P} jest operatorem rzutowym, a ϵ jest stałą o wymiarze energii.

- 5.3 Hamiltonian układu dwustanowego ma postać

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \epsilon & v \\ v & \epsilon \end{bmatrix},$$

gdzie $v \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Proszę znaleźć ewolucję czasową tego układu dla $t > 0$, przyjmując że w chwili początkowej rozpatrywany układ znajdował się w stanie

$$|\psi(0)\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- 5.4. Proszę znaleźć zależność czasową wartości oczekiwanej operatora \hat{A} w stanie $|\psi(t)\rangle$ dla kwantowego układu dynamicznego scharakteryzowanego hamiltonianem \hat{H} .
- 5.5. Niech komutator odpowiadający hamiltonianowi \hat{H} układu izolowanego i operatora \hat{A} jest równy stałej α , tzn.

$$[\hat{H}, \hat{A}] = \alpha \hat{1}.$$

Proszę znaleźć wartość oczekiwaną tego operatora w stanie $|\psi(t)\rangle$ dla czasu $t > 0$, gdy w chwili początkowej układ znajdował się w stanie własnym operatora odpowiadającym wartości własnej a .