

Mechanika kwantowa

Zestaw 5

5.1. Niech układ kwantowy opisany hamiltonianem

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

znajduje się w chwili $t = 0$ w stanie

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Proszę wyznaczyć:

- prawdopodobieństwa możliwych pomiarów wartości energii,
- zależność czasową stanu w chwili $t > 0$.
- całkowitą energię układu w chwili $t = 0$ oraz $t > 0$.

5.2 Hamiltonian układu dwustanowego ma postać

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \epsilon & v \\ v & \epsilon \end{bmatrix},$$

gdzie $v \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Proszę znaleźć ewolucję czasową tego układu dla $t > 0$, przyjmując że w chwili początkowej rozpatrywany układ znajdował się w stanie

$$|\psi(0)\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

5.3. Proszę znaleźć zależność czasową wartości oczekiwanej operatora \hat{A} w stanie $|\psi(t)\rangle$ dla kwantowego układu dynamicznego scharakteryzowanego hamiltonianem \hat{H} .

5.4. Naładowany oscylator harmoniczny o ładunku q i masie m jest umieszczony w oscylującym polu elektrycznym o natężeniu $E(t) = E_0 \cos \Omega t$. Hamiltonian takiego układu ma postać

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega\hat{\mathbf{x}}^2 + qE(t)\hat{\mathbf{x}}.$$

- 5.5. Proszę znaleźć szybkość zmian wartości oczekiwanej operatora położenia i pędu. Niech komutator odpowiadający hamiltonianowi \hat{H} układu izolowanego i operatora \hat{A} jest równy stałej α , tzn.

$$[\hat{H}, \hat{A}] = \alpha \hat{1}.$$

Proszę znaleźć wartość oczekiwaną tego operatora w stanie $|\psi(t)\rangle$ dla czasu $t > 0$, gdy w chwili początkowej układ znajdował się w stanie własnym operatora odpowiadającym wartości własnej a .