

Mechanika kwantowa

Zestaw 6

- 6.1. Proszę znaleźć poziomy energetyczne i unormowane funkcje falowe cząstki o masie m poruszającej się w polu o potencjale

$$U(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq a \\ \infty, & |x| > a. \end{cases}$$

- 6.2 Proszę znaleźć układ równań przestępnych z których można wyznaczyć poziomy energetyczne dla cząstki o masie m poruszającej się w polu siły o potencjale

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ -U_0, & 0 \leq x \leq a, U_0 > 0 \\ 0, & x > a. \end{cases}$$

- 6.3 Proszę znaleźć poziomy energetyczne i unormowane funkcje falowe cząstki o masie m poruszającej się w polu siły o potencjale $U(x) = -U_0\delta(x)$.
- 6.4 Elektron porusza się w jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu F wzdłuż osi $0z$. Proszę:

- a) pokazać, że *funkcja falowa* elektronu spełnia równanie

$$\psi''(\zeta) + \zeta\psi(\zeta) = 0,$$

gdzie $\zeta = (z + c)/a_0$, przy czym $a_0 = [\hbar^2/(meF)]^{1/3}$.

- b) znaleźć rozwiązanie tego równania metodą szeregów potęgowych w otoczeniu punktu $\zeta = 0$.

Wskazówka:

Niezależne od czasu równanie Schrödingera dla elektronu w jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu F ma postać

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(z) - eFz\psi(z) = E\psi(z).$$

Sprawdzić to równanie do postaci bezwymiarowej.

- 6.5 Proszę udowodnić, że średnia wartość pędu w stanie stacjonarnym widma dyskretnego jest równa zeru.

6.6 Proszę napisać niezależne od czasu równanie Schrödingera dla oscylatora harmonicznego, a następnie sprowadzić je do postaci bezwymiarowej. Stosując metodę faktoryzacji, proszę znaleźć unormowaną funkcję falową stanu podstawowego oraz odpowiadającą jej wartość własną.

6.7 Proszę obliczyć średnią wartość wychylenia oscylatora harmonicznego z położenia równowagi.

Wskazówka:

Skorzystać ze wzoru rekurencyjnego dla wielomianów Hermite'a

$$2nH_{n-1}(\xi) - 2\xi H_n + H_{n+1}(\xi) = 0.$$

6.8 Cząstka porusza się w polu o potencjale

$$V(x) = V_0 \left[1 - e^{-\lambda x^2} \right].$$

Proszę:

- a) znaleźć widmo energii cząstki w przybliżeniu harmonicznym.
- b) wyliczyć wartości oczekiwane pełnego hamiltonianu w stanach odpowiadających kilku najniższym poziomom energetycznym w przybliżeniu harmonicznym. Porównać oba wyniki.

Bartłomiej Spisak