

Mechanika kwantowa

Zestaw 7

7.1. Proszę rozwiązać równanie własne dla operatora pędu,

$$\hat{p}|\phi\rangle = p|\phi\rangle,$$

w reprezentacji

- a) położeniowej,
- b) pędowej,

a następnie unormować uzyskane funkcje własne.

7.2. Proszę sprawdzić hermitowskość operatorów

- a) operator $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{d}{dx}$,
- b) operator $\hat{d}_x = \frac{d}{dx}$.

7.3. Proszę policzyć kwadraty operatorów zapisanych w reprezentacji położeniowej

- a) $\hat{A} = \frac{d}{dx} + x$,
- b) $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$,
- c) $\hat{\mathbf{P}} = -i\hbar\nabla + q\mathbf{A}(\mathbf{r})$.

7.4. Proszę policzyć wartości oczekiwane następujących operatorów zapisanych w reprezentacji położeniowej

- a) $\hat{B} = x$,
- b) $\hat{C} = \frac{d}{dx}$,
- c) $\hat{D} = \frac{d^2}{dx^2}$,
- d) $\hat{A} = \frac{d}{dx} + x$,

w stanie reprezentowanym przez funkcję $\phi(x) = A \exp[-\alpha x^2]$, gdzie A jest stałą normalizacyjną, natomiast $\alpha \in \mathbb{R}_+$. Czy funkcja $\phi(x)$ jest funkcją własną któregoś z tych operatorów?

7.5. Proszę obliczyć komutator $[\hat{A}_u, \hat{A}_v]$ dla operatorów

$$\hat{A}_u = \frac{d}{dx} + u(x), \quad \hat{A}_v = \frac{d}{dx} + v(x).$$

7.6. Proszę znaleźć operator różniczkowy \hat{T}_a przeprowadzający funkcję $\psi(x)$ w funkcję $\psi(x+a)$, czyli

$$\hat{T}_a \psi(x) = \psi(x+a).$$