

Mechanika kwantowa

Zestaw 8

- 8.1.** Proszę znaleźć ewolucję czasową funkcji falowej nie będącej funkcją własną hamiltonianu.
- 8.2.** Dwustanowy układ kwantowy znajduje się w stanie podstawowym opisanym funkcją falową $\psi_0(x, t)$. W chwili $t = 0$, układ został poddany stałemu zaburzeniu, które jest reprezentowane przez operator hermitowski $\hat{\Delta}$, co spowodowało, że rozpatrywany układ znalazł się w stanie będącym kombinacją liniową stanów niezaburzonych. Proszę obliczyć zależność tego stanu od czasu.
- 8.3.** Proszę wyprowadzić równanie ciągłości, zakładając, że energia potencjalna cząstki $U(x)$ jest: (a) funkcją rzeczywistą, (b) funkcją zespoloną.
- 8.4.** Stan układu kwantowego podlega dynamice określonej równaniem w postaci

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \hat{\mathcal{H}} |\psi(t)\rangle \quad (1)$$

gdzie hamiltonian $\hat{\mathcal{H}}$ generuje ewolucję układu w czasie¹.

Rozwiązanie równania (1) spełniające warunek początkowy $|\psi(t_0)\rangle$ można symbolicznie zapisać jako

$$|\psi(t)\rangle = \hat{\mathcal{U}}(t - t_0) |\psi(t_0)\rangle,$$

gdzie $\hat{\mathcal{U}}(t - t_0)$ jest operatorem ewolucji czasowej.

Proszę pokazać, że operator ewolucji czasowej można przedstawić w postaci

$$\hat{\mathcal{U}}(t - t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{\mathcal{H}}(t - t_0)}.$$

Bartłomiej Spisak

¹Dla uproszczenia zakładamy, że hamiltonian nie zależy od czasu.