

# Mechanika kwantowa

## Zestaw 8

8.1. Proszę wykazać, że operator położenia w reprezentacji pędowej ma postać

$$\hat{x} = i\hbar \frac{d}{dp}.$$

8.2. Proszę wyprowadzić postać równania własnego dla hamiltonianu,

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U(\hat{x}),$$

odpowiadającego cząstce o masie  $m$  umieszczonej w polu potencjalnym, gdzie jej energia potencjalna jest równa  $U(x)$ , w reprezentacji pędowej.

8.3. Proszę zapisać w reprezentacji pędowej równanie własne dla hamiltonianu

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U(\hat{x}),$$

w przypadku, gdy cząstka porusza się w okresowym polu potencjalnym, a jej energia potencjalna jest równa  $U(x) = U_0 \cos(qx)$ .

Wskazówka Operator translacji ma postać

$$\hat{T}_a \psi(x) = \psi(x + a).$$

8.4. Proszę sprawdzić, że postać komutatora

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar \hat{1}.$$

nie zależy od wyboru reprezentacji.

8.5. Proszę udowodnić, że

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx |\psi(x)|^2 = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dp |\psi(p)|^2$$