

Mechanika kwantowa

Zestaw 11

11.1. Proszę znaleźć poziomy energetyczne i unormowane funkcje falowe cząstki o masie m poruszającej się w polu siły o potencjale $U(x) = -U_0\delta(x)$.

11.2. Cząstka porusza się w polu o potencjale

$$V(x) = V_0 \left[1 - e^{-\lambda x^2} \right].$$

Proszę wyznaczyć widmo energetyczne cząstki w przybliżeniu harmonicznym,

11.3. Dwustanowy układ kwantowy znajduje się w stanie podstawowym opisanym funkcją falową $\psi_0(x, t)$. W chwili $t = 0$, układ został poddany stałemu zaburzeniu, które jest reprezentowane przez operator hermitowski $\hat{\Delta}$, co spowodowało, że rozpatrywany układ znalazł się w stanie będącym kombinacją liniową stanów niezaburzonych. Proszę obliczyć zależność tego stanu od czasu.

11.4. Proszę wykazać, że dla wszystkich jednowymiarowych barier zachodzi

$$T + R = 1,$$

gdzie T jest współczynnikiem transmisji, a R jest współczynnikiem odbicia.

11.5. Rozważmy rozpraszanie fali płaskiej na potencjale różnym od zera w ograniczonym obszarze przestrzeni. Na lewo od tego obszaru funkcja falowa ma postać

$$\psi_L(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx},$$

a na prawo ma postać

$$\psi_R(x) = Ce^{ikx} + De^{-ikx}.$$

Rozpraszanie można scharakteryzować podając macierz \hat{M} , która wiąże ze sobą współczynniki A, B, C, D

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}.$$

Proszę wyrazić współczynniki odbicia i przejścia dla fali padającej z lewej strony przez elementy macierzy \hat{M} .

11.6. Proszę wyznaczyć współczynniki transmisji i odbicia dla cząstki padającej na barierę potencjału reprezentowaną przez deltę Diraca.

Rozwiązania zadań 11.4.–11.6. dotyczą zagadnienia stanów rozproszonych. Proszę się zapoznać z tym zagadnieniem samodzielnie. Przed rozwiązaniem tych zadań przeprowadzimy dyskusję wybranych pojęć związanych z tym tematem.